

第6章 土压力

主讲：刘勇健



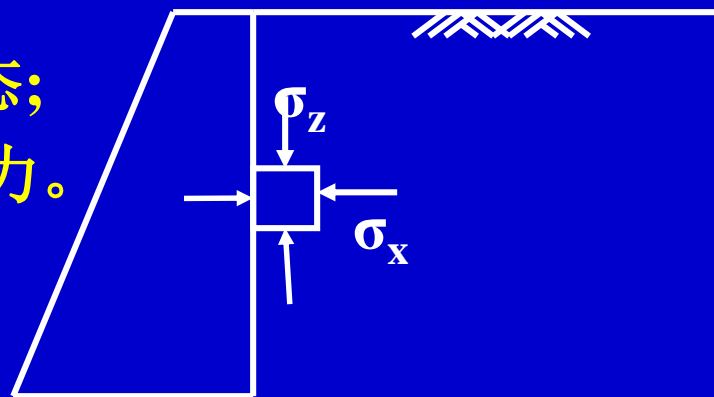
§ 6.2 朗肯 (Rankine) 土压力理论



William John Maquorn Rankine
(1820 - 1872)

基本假定

- (1) 挡土墙是刚性的, 墙背光滑竖直;
- (2) 填土面水平, 填土处于极限平衡状态;
- (3) 墙背光滑, 不计填土与墙背间摩擦力。
- 由于某种原因, 处于极限平衡状态。



朗肯土压力理论基本条件和假定

条件

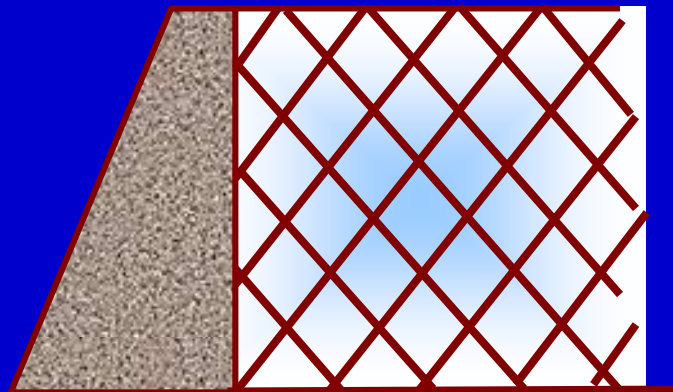
墙背光滑

墙背垂直

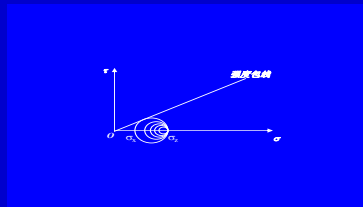
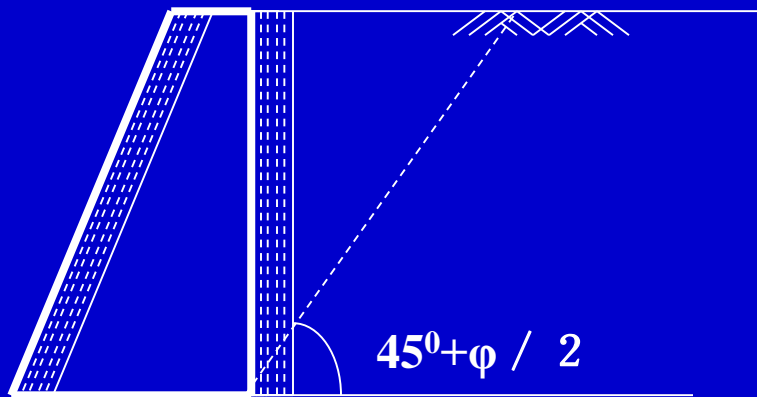
填土表面水平

假设

墙后各点均处于极限平衡状态



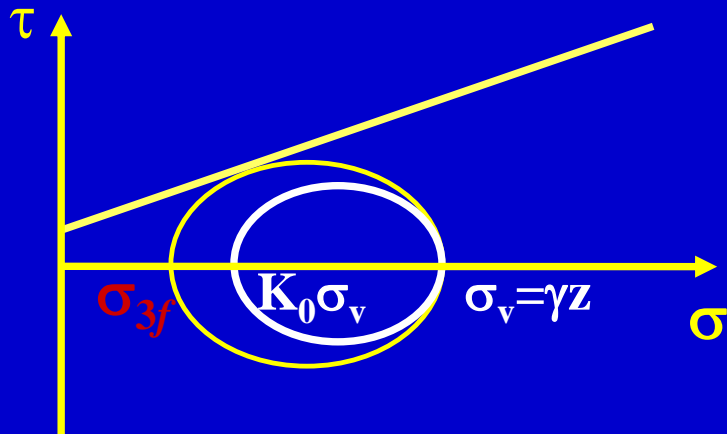
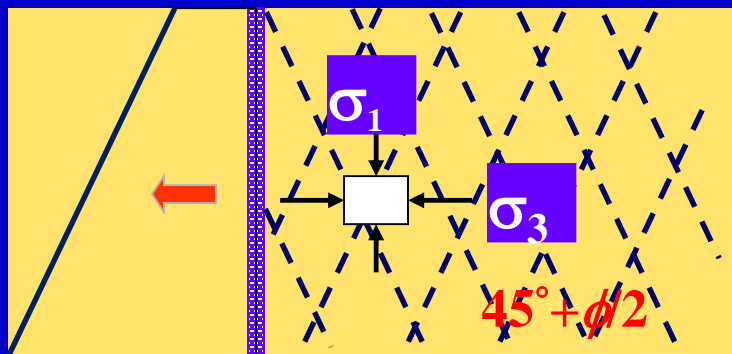
- **主动土压力:**
- 挡土墙离开填土移动，土体成拉伸趋势。
- 竖向自重应力不变，而水平向应力不断减小，土体达到极限平衡状态，形成一系列滑裂面，称**主动朗肯状态**。



朗肯主动极限平衡状态

半无限土体内各点的应力：从弹性平衡状态发展为极限平衡状态的情况。

极限莫尔圆： σ_1 ：竖向自重应力； σ_{3f} ：主动土压力



- 朗肯主动土压力强度为：

对黏性土：

$$\sigma_a = \gamma z \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) - 2c \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \gamma z K_a - 2c \sqrt{K_a}$$

对无黏性土：

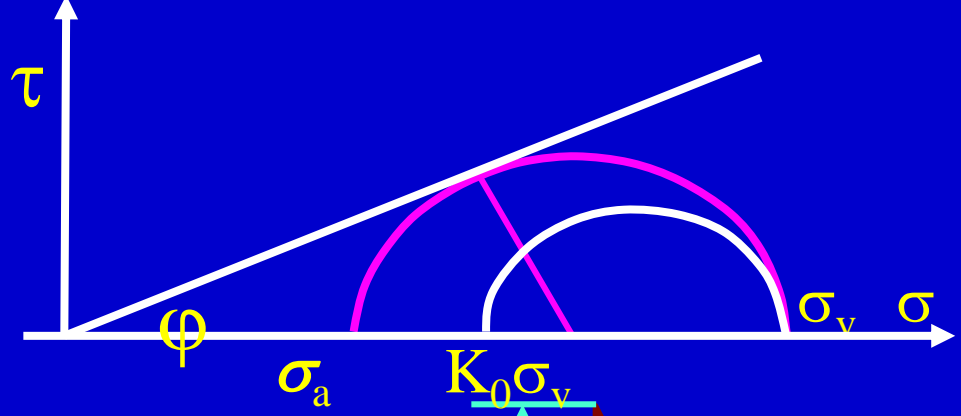
$$\sigma_a = \gamma z \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \gamma z K_a$$

主动土压力系数：

$$K_a = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)$$

朗肯主动土压力

填土为砂土 ($c=0$)



主动土压力: $\sigma_a = \gamma z K_a$ (kPa)

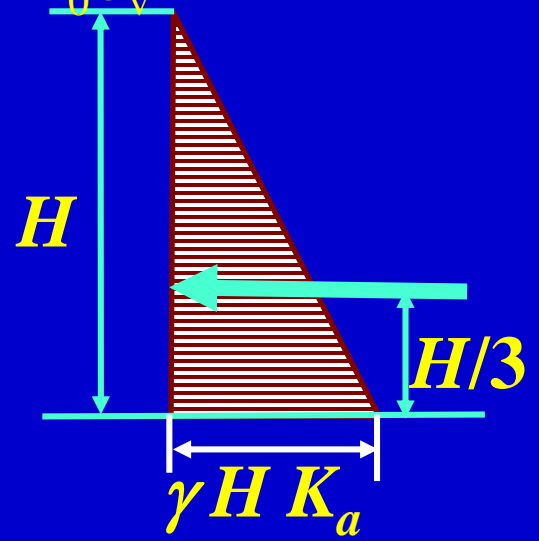
主动土压力系数: $K_a = \tan^2(45^\circ - \phi/2)$

土压力分布: 沿墙高呈三角形分布

合力: $E_a = 1/2 K_a \gamma H^2$ (kN/m)

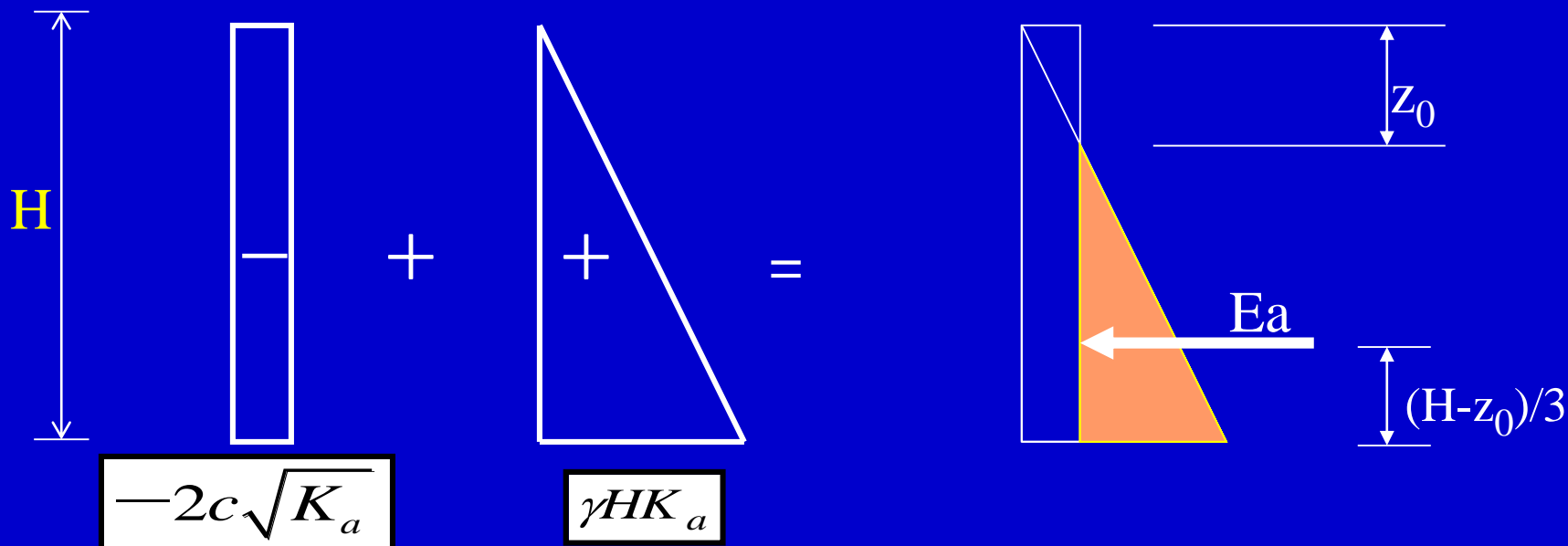
作用点: 底部以上 $H/3$ 处

滑裂面方向: 与水平夹角 $45^\circ + \phi/2$

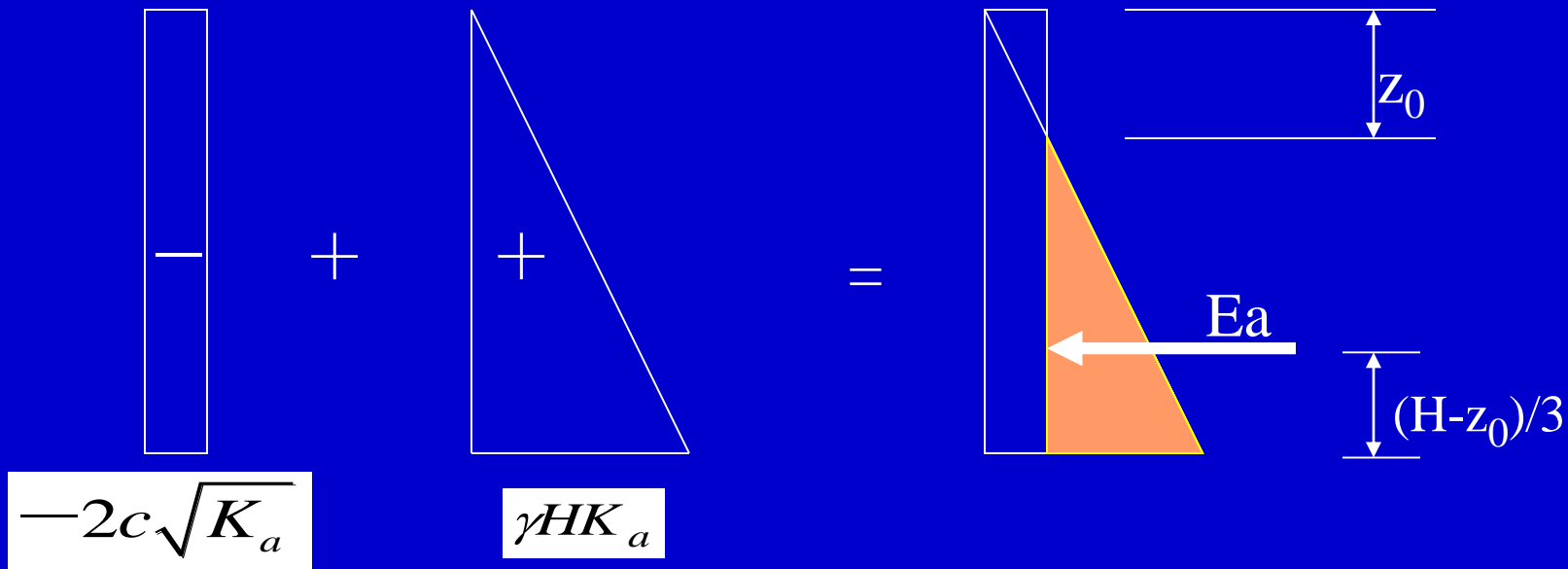


黏性土：主动土压力强度由两部分组成：

$$\sigma_a = \gamma z \tan^2(45^\circ - \frac{\phi}{2}) - 2c \tan(45^\circ - \frac{\phi}{2}) = \gamma z K_a - 2c \sqrt{K_a}$$



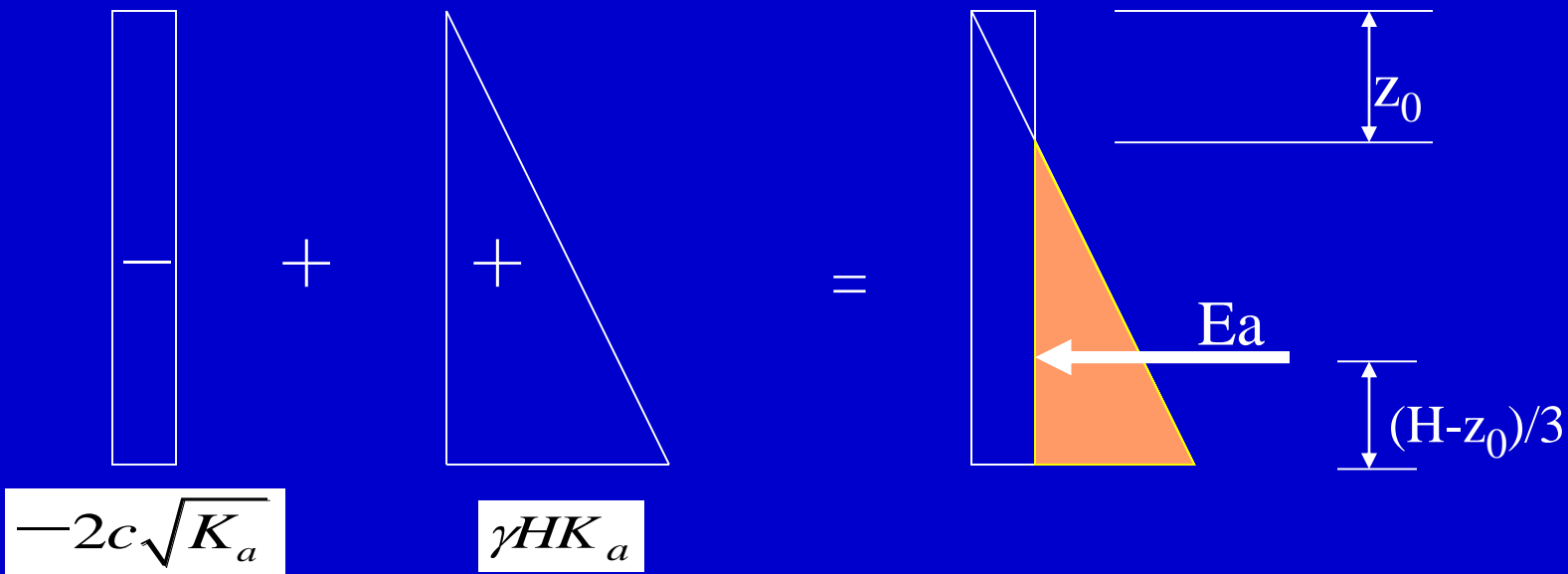
朗肯主动土压力的计算



临界深度:

$$z_0 = \frac{2c}{\gamma\sqrt{K_a}}$$

朗肯主动土压力的计算

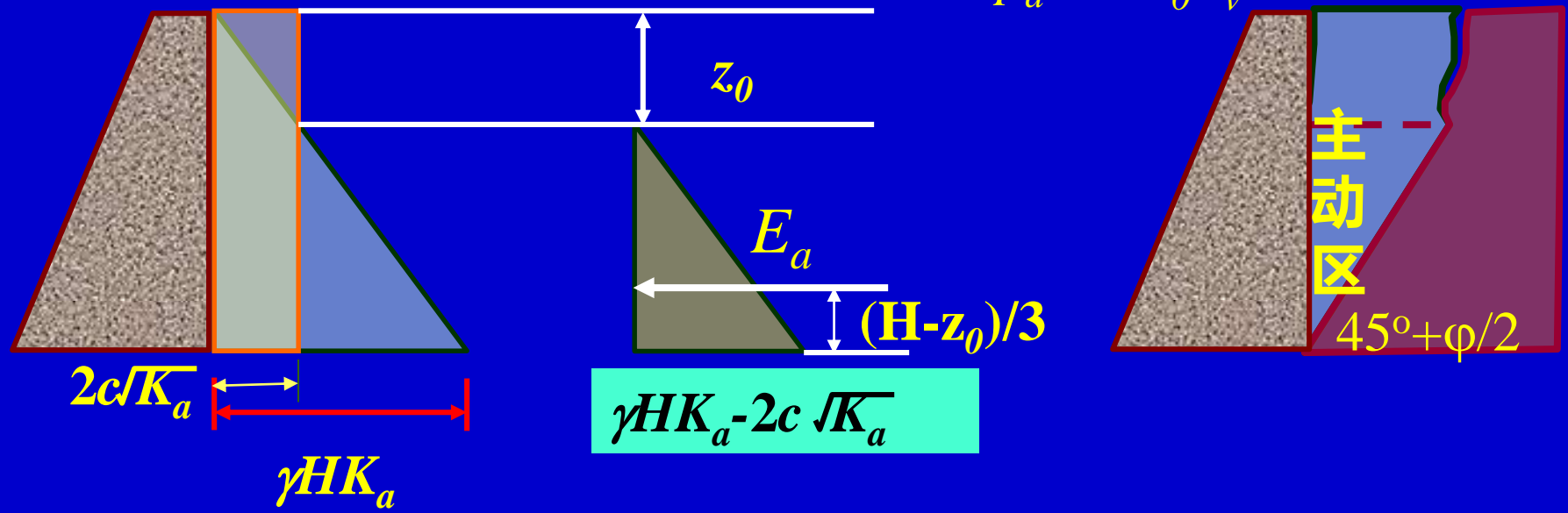
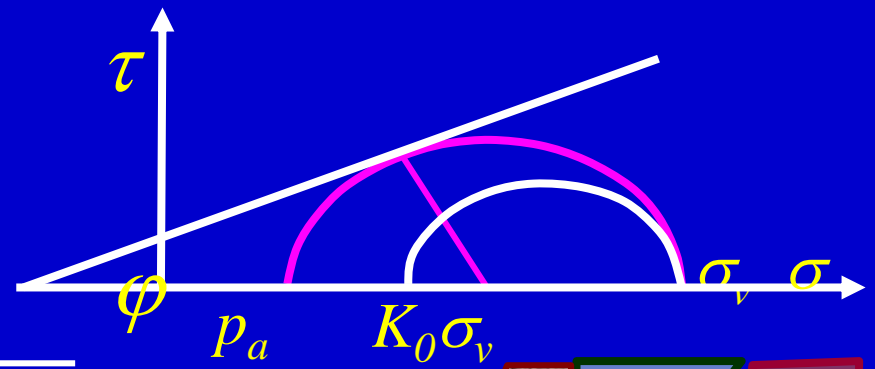


若取单位墙长 $L=1\text{m}$ 计算，则主动土压力为：

$$E_a = \frac{1}{2} (H - z_0) (\gamma H K_a - 2c\sqrt{K_a}) \quad \bullet \quad E_a \text{ 的单位: } \text{kN/m}。$$

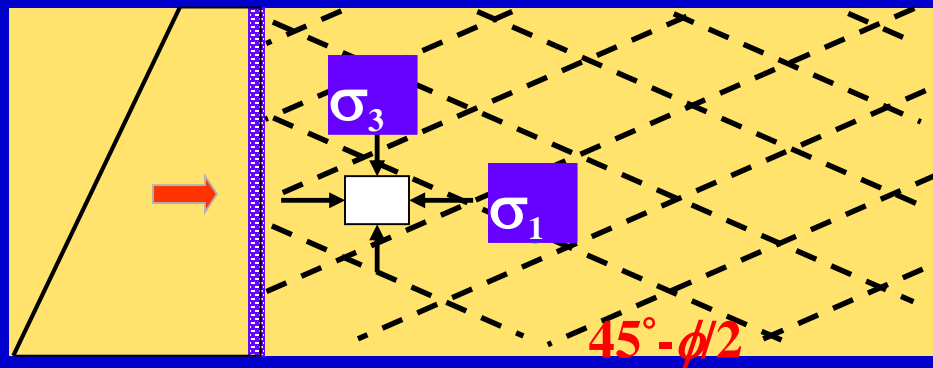
朗肯主动土压力

填土为黏性土

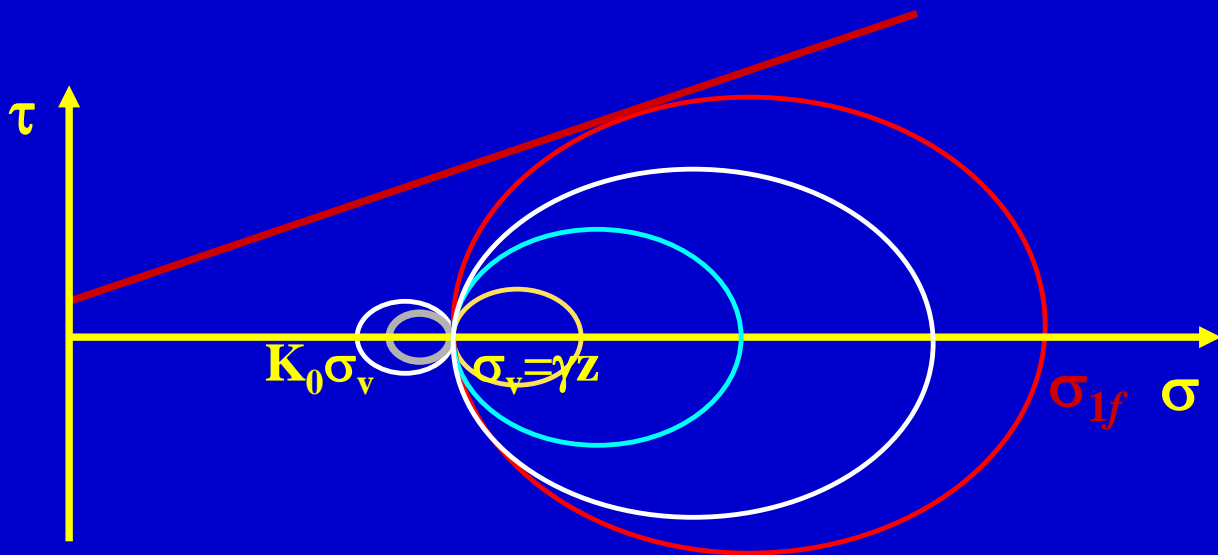


朗肯被动土压力

被动极限平衡应力状态



$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_3: \text{竖向自重应力} \\ \sigma_{1f}: \text{被动土压力} \end{array} \right.$



被动土压力：土体出现被动朗肯状态

- 竖向自重应力： σ_3 ， 被动土压力： σ_{1f}

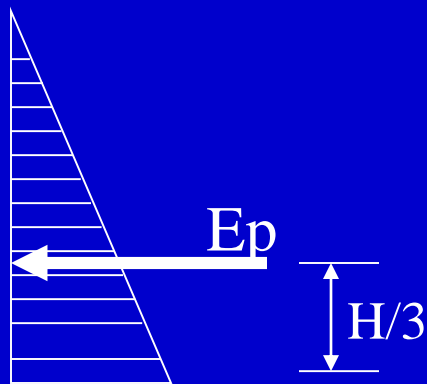
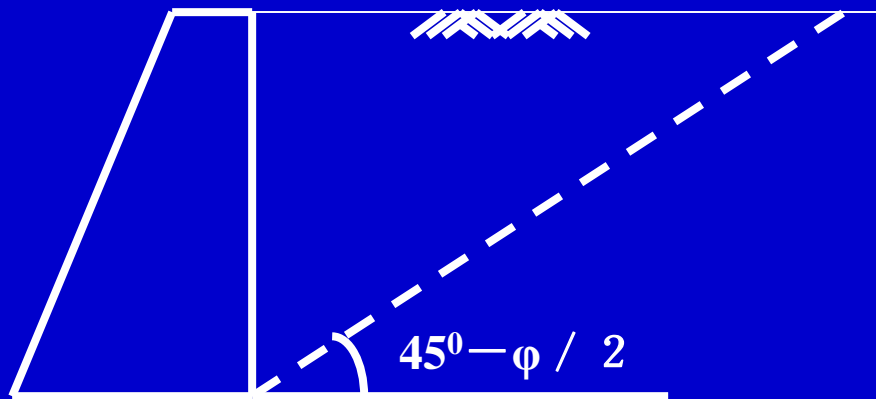
对黏性土：

$$\sigma_p = \gamma z \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) + 2c \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) = \gamma z K_p + 2c \sqrt{K_p}$$

对无黏性土：

$$\sigma_p = \gamma z \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) = \gamma z K_p$$

式中： $K_p = \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)$ 称为被动土压力系数



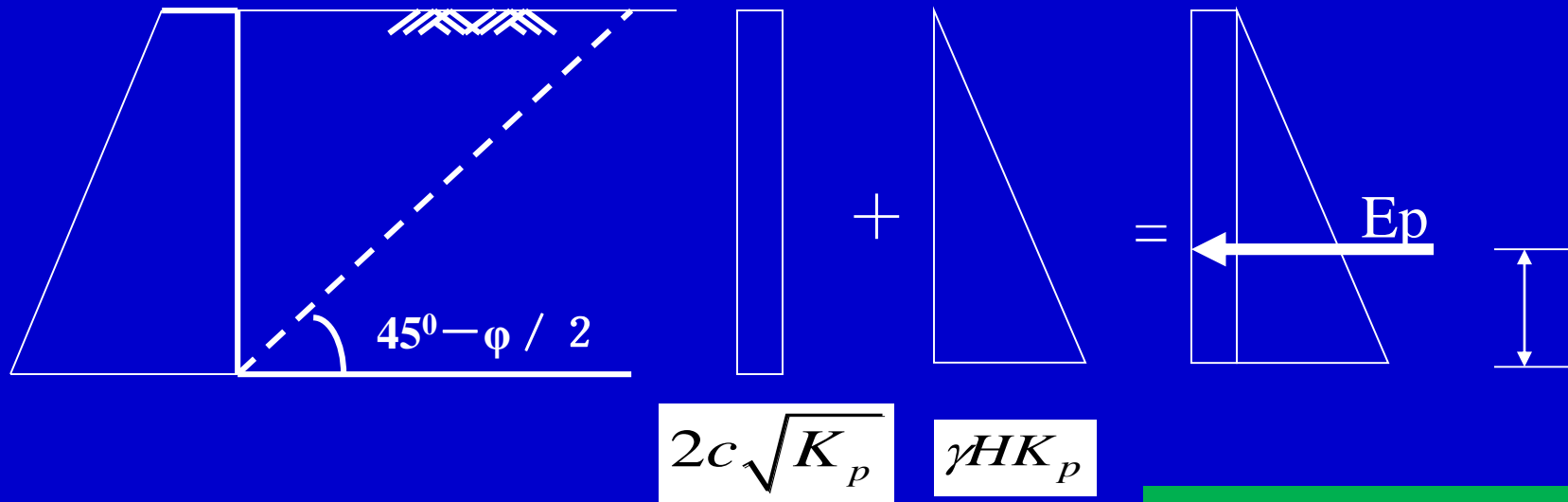
$$\gamma H K_p$$

对无黏性土，取单位墙长计算，则总被动土压力为：
无黏性土：

$$E_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_p$$

朗肯被动土压力的计算

第二节 朗肯土压力理论

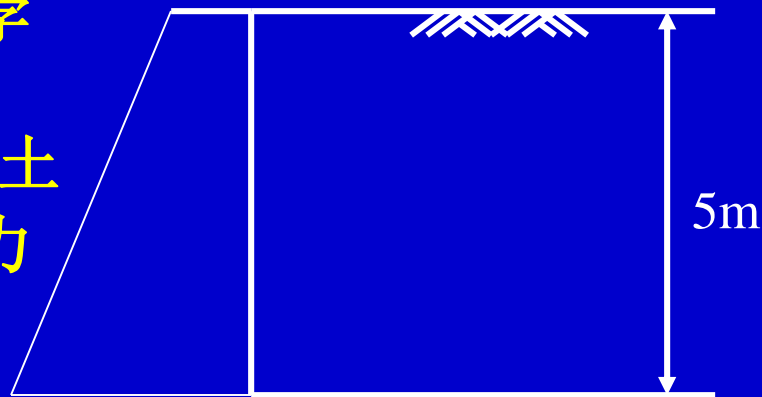


黏性土:

$$E_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_p + 2cH \sqrt{K_p}$$

被动土压力 E_p 通过三角形和梯形压力分布图的形心，可通过一次矩得到。

例题：已知某挡土墙高5.0m，墙背竖直光滑、填土面水平。填土的物理力学性质指标为 $c=12.0\text{kPa}$ ， $\varphi=20^\circ$ ， $\gamma=18.0\text{kN/m}^3$ 。试计算该挡土墙主动土压力及其作用点位置，并绘出土压力强度分布图。



解：根据所给条件，可知满足朗肯条件：

1、主动土压力系数

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) = \tan^2\left(45^\circ - \frac{20^\circ}{2}\right) = 0.49$$

2、墙顶, $z=0$

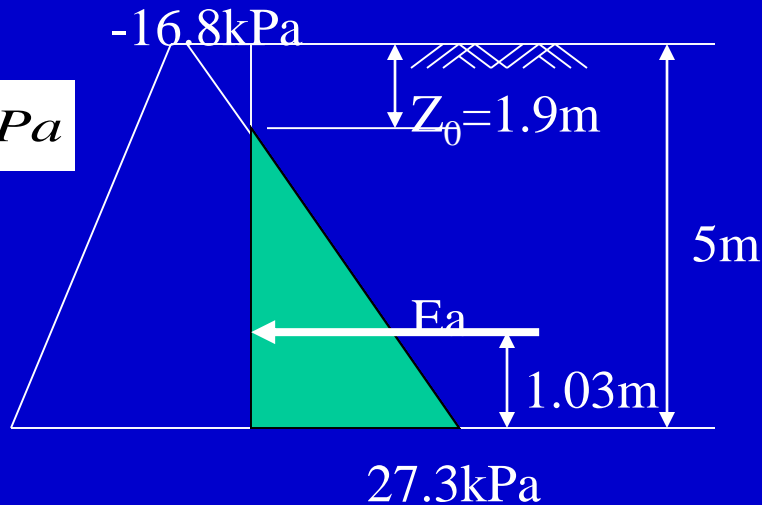
$$\sigma_a = \gamma z K_a - 2c\sqrt{K_a} = 18 \times 0 \times 0.49 - 2 \times 12 \times \sqrt{0.49} = -16.8\text{kPa}$$

3、墙底处, H=5m:

$$\sigma_a = 18 \times 5 \times 0.49 - 2 \times 12 \times \sqrt{0.49} = 27.3 \text{ kPa}$$

4、临界深度:

$$z_0 = \frac{2c}{\gamma \sqrt{K_a}} = \frac{2 \times 12}{18 \sqrt{0.49}} = 1.9 \text{ m}$$



5、绘制土压力分布图

6、总土压力为: $E_a = 27.3 \times (5 - 1.9) / 2 = 42.32 \text{ kN/m}$

7、主动土压力 \$E_a\$ 的作用点离墙底的距离为:

$$\frac{H - z_0}{3} = \frac{5 - 1.9}{3} = 1.03 \text{ m}$$

《朗肯土压力》注意问题：

- (1) 注意朗肯土压力的使用条件。
- (2) 墙后土体处于主动极限平衡状态或被动极限平衡状态，所对应的墙背侧压力。
- (3) 注意符号：不要用错“+”号、“—”号、或漏掉平方。
- (4) 单位：土压力强度：kPa，土压力合力：kN/m
- (5) 求土压力合力取 $L=1\text{m}$ ，其合力是土压力分布图的面积。

作业：P.241

●计算题1

§ 6.2 朗肯 (Rankine) 土压力理论



几种情况下土压力计算

教材P.213~217



几种常见的主动土压力计算

1. 填土上有荷载
2. 成层填土情况
3. 填土中有地下水

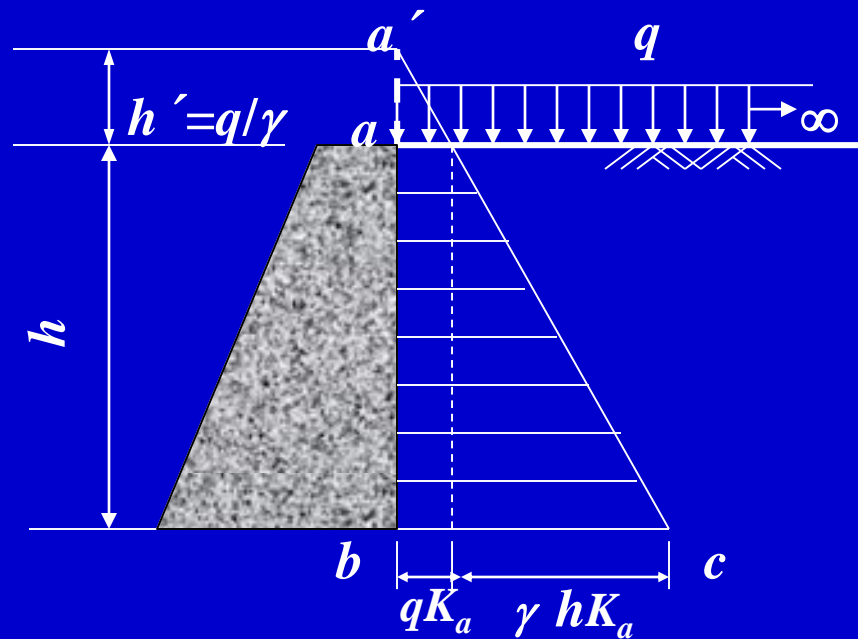
1、填土表面有连续均布荷载

- 将均布荷载换算成位于地表以上的当量土重，用土重代替均布荷载。

- 当量的土层厚度为：

$$h' = q / \gamma$$

- 再以 $h + h'$ 为墙高，按填土面无荷载情况计算土压力。



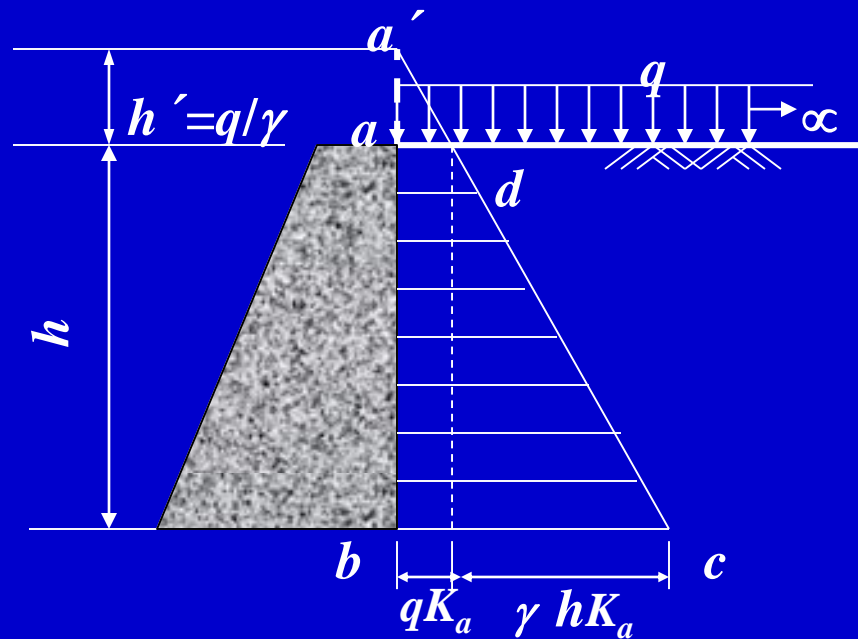
1、填土表面有连续的均布荷载

- 若填土为无黏性土时， $(c=0, \sigma_a = \gamma z K_a)$
- 墙顶 a 点： $z=h'$, $\sigma_{aa} = \gamma h' K_a = q K_a$
- 墙底 b 点： $z=h+h'$, $\sigma_{aa} = \gamma (h+h') K_a = (q + \gamma h) K_a$

- 土压力分布为梯形 $abcd$,
- 作用点：过梯形的形心。

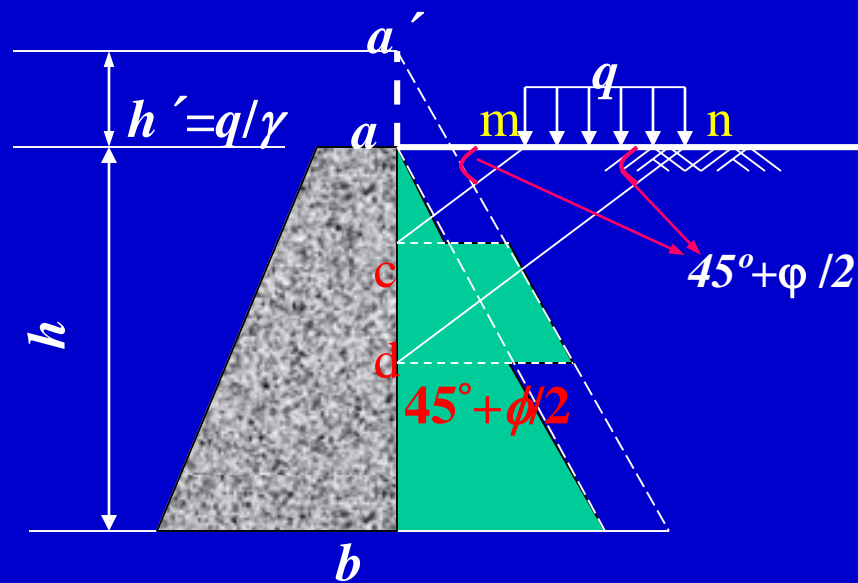
• 结论：

- 当填土面有均布荷载时，其土压力强度只是比无荷载情况时增加一项 $q K_a$ 。

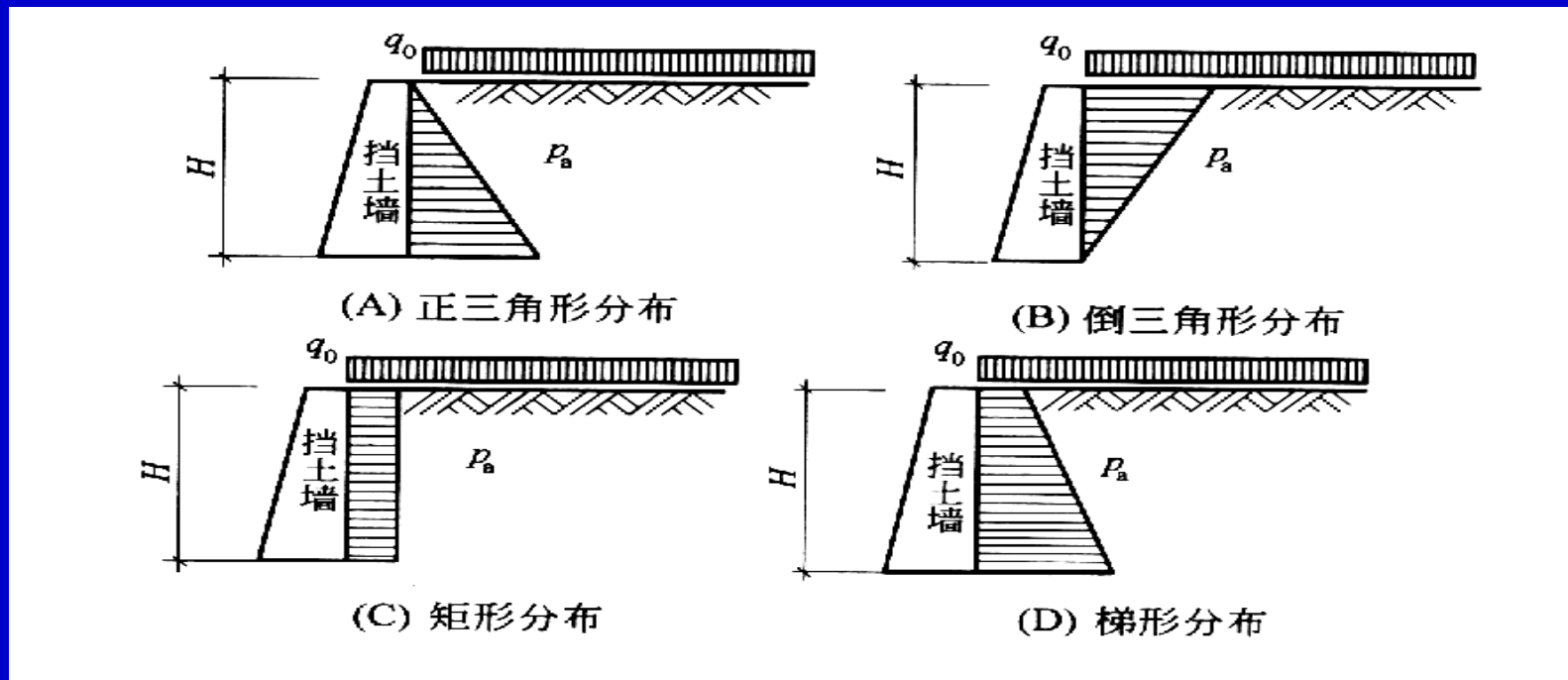


2、填土表面受局部均布荷载

- 从局部均布荷载的两个端点m、n分别做一条直线，与水平表面成 $45^\circ + \varphi/2$ 角，与墙背相交于c、d点，墙背cd段范围内作用有 qK_a



问：根据朗肯理论，该均布荷载在墙后产生的主动土压力为哪一种？



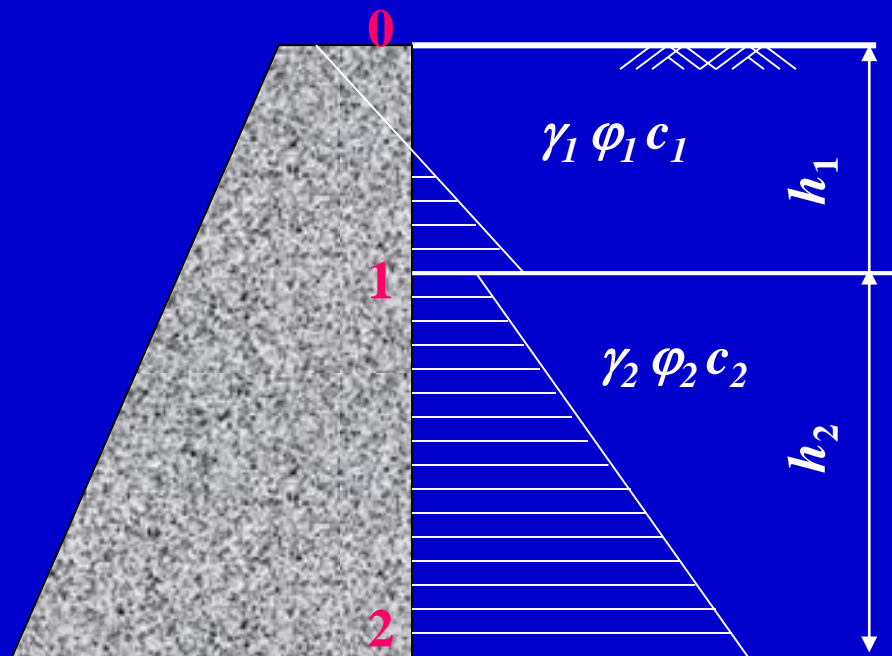
3、成层填土

当墙后填土有几种不同类型的水平土层时

- (1) 第一层，按均质土计算；
- (2) 第二层，将上层土按重度换算成与本层重度相同的当量土层，当量土层厚度：

$$h_1' = h_1 \gamma_1 / \gamma_2$$

以下各层亦同样计算。



成层填土

第一层土压力强度:

$$\sigma_a = \gamma z K_a - 2c \sqrt{K_a}$$

顶0点: $\sigma_{a0} = -2c_1(K_{a1})^{1/2}$

底1点: $\sigma_{a1} = \gamma_1 h_1 K_{a1} - 2c_1(K_{a1})^{1/2}$

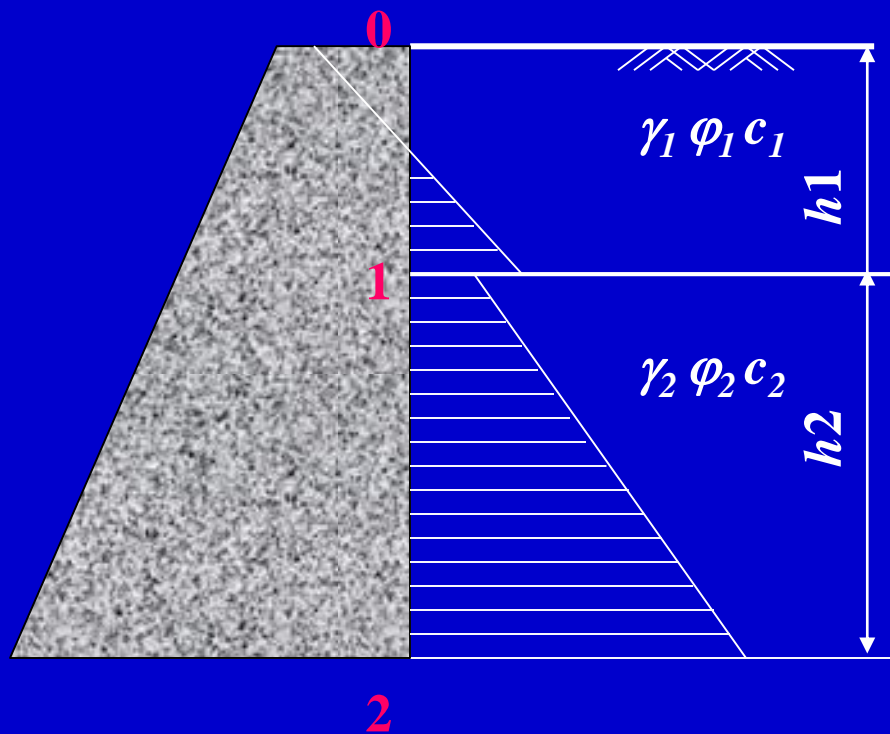
第二层填土的土压力强度:

$$\sigma_{a1}' = \gamma_2 \frac{\gamma_1 h_1}{\gamma_2} K_{a2} - 2c_2 \sqrt{K_{a2}}$$

$$= \gamma_1 h_1 K_{a2} - 2c_2 \sqrt{K_{a2}}$$

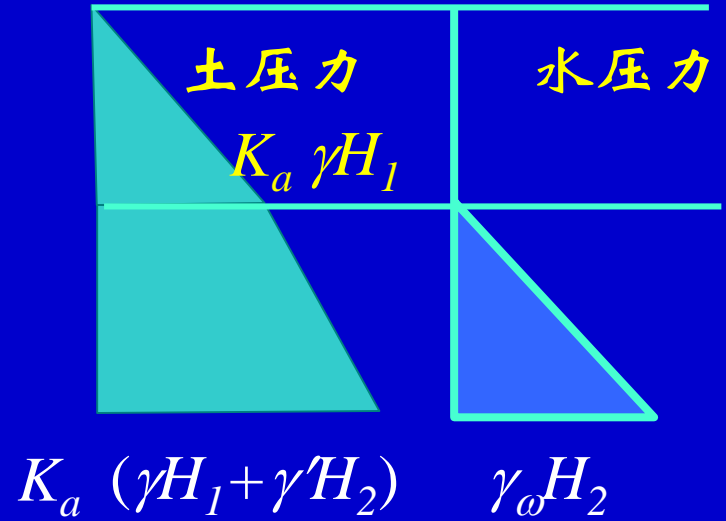
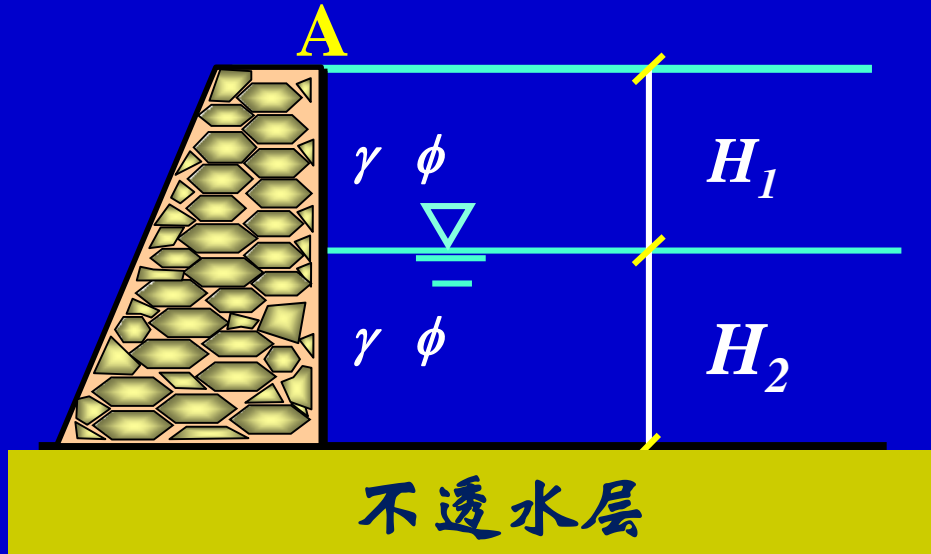
$$\sigma_{a2} = \gamma_2 \left(\frac{\gamma_1 h_1}{\gamma_2} + h_2 \right) K_{a2} - 2c_2 \sqrt{K_{a2}}$$

$$= (\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2) K_{a2} - 2c_2 \sqrt{K_{a2}}$$



填土中有地下水

墙基不透水

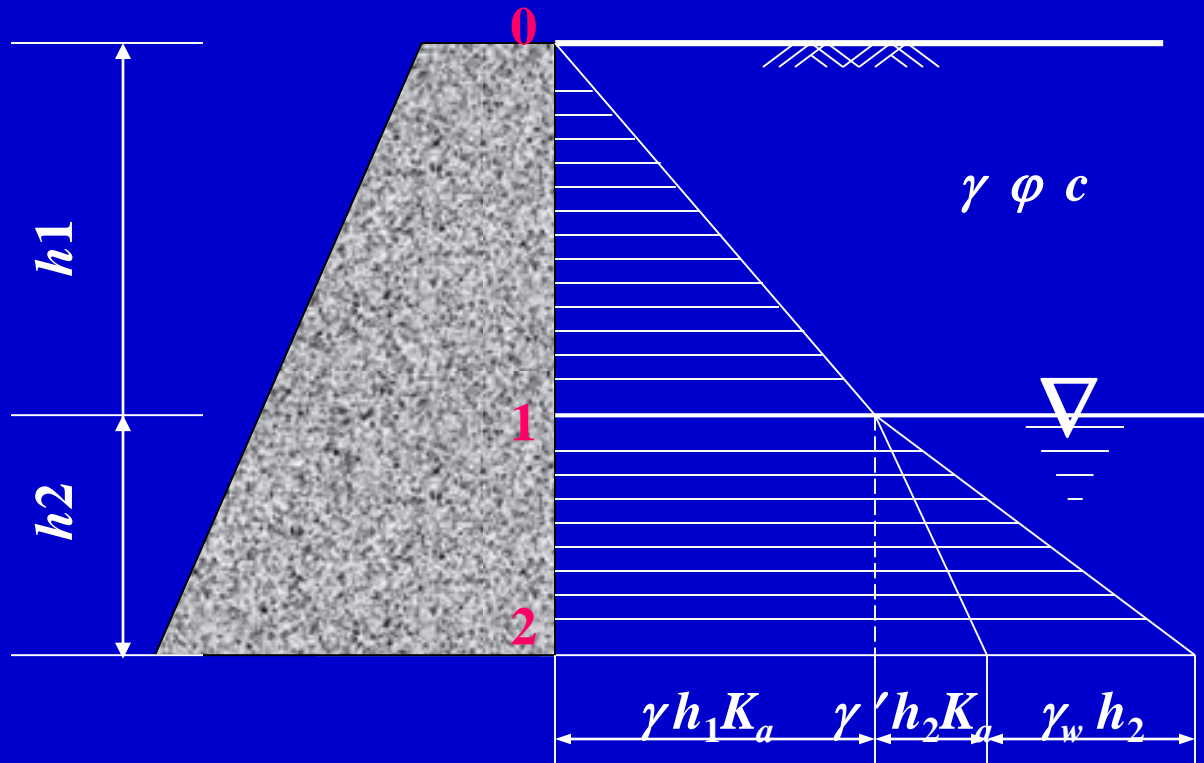


总侧压力:

$$E = E_a + E_w$$

$$\sigma_w = \gamma_w h_w$$

看例题: 6.2



注意：

- (1) 地下水以下填重度取有效重度；
- (2) 水位下土的抗剪强度减小；
- (3) 地下水对墙背有静水压力；
- (4) 墙背总侧压力=土压力+静水压力

朗肯土压力理论

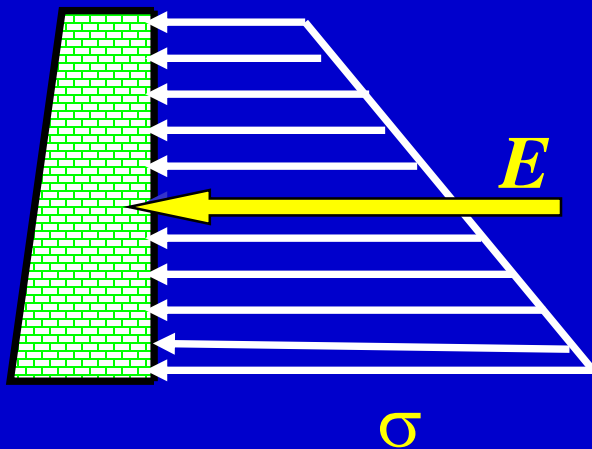
— 总土压力

- 单位长度挡土墙上土压力
- 单位：kN/m，大小、方向、作用点

每延米

— 土压力强度

- 单位面积上的土压力
- 单位：kN/m²



朗肯土压力计算步骤：

- (1) 分别计算各土层的主动土压力系数
- (2) 计算墙背各点土压力强度
- (3) 计算临界深度 Z_0 ：
- (4) 绘土压力沿墙高的分布图
- (5) 总主动土压力 E 大小为：求 分布图的面积
- (6) 求合力的作用点，过分布图的形心。

朗肯土压力通式:

主动土压力系数

$$K_a = \tan^2(45^\circ - \phi/2)$$

被动土压力系数

$$K_p = \tan^2(45^\circ + \phi/2)$$

静止土压力系数

$$K_0 = 1 - \sin \phi$$

朗肯土压力（墙背某点土压力强度 σ ）=

（该点处土的有效自重应力+分布荷载） \times 该土层土压力系数 + 计入该土层黏聚力的影响

本章目录

- § 6.1 作用在挡土墙上的土压力 ✓
- § 6.2 朗肯 (Rankine) 土压力理论 ✓
- § 6.3 库仑 (Coulomb) 土压力理论
- § 6.4 土压力计算的讨论
- § 6.5 挡土墙的设计

课后作业

- **P241**
- **计算题：第2题**