

第4章 土的压缩性与地基沉降计算

主讲：刘勇健



第4章 土的压缩性与地基沉降计算

§ 4.1 概述

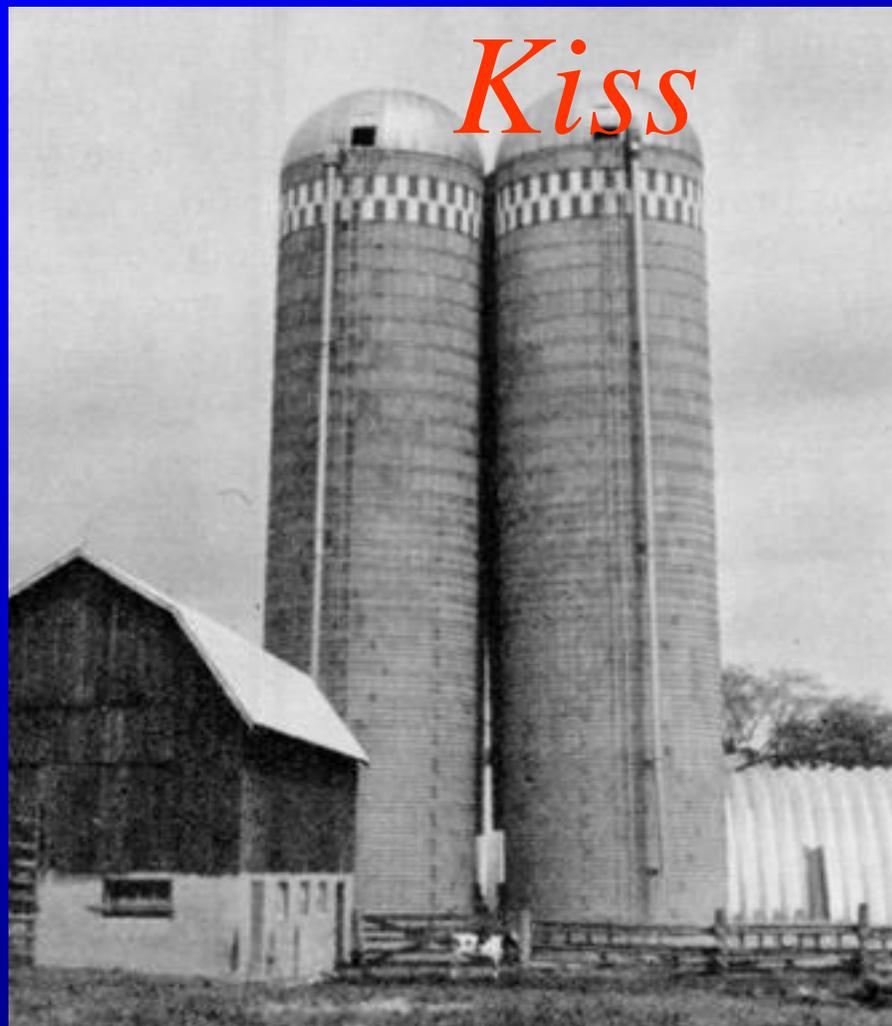
§ 4.2 土的压缩性测试方法

§ 4.3 地基的最终沉降量计算

§ 4.4 地基的变形与时间的关系

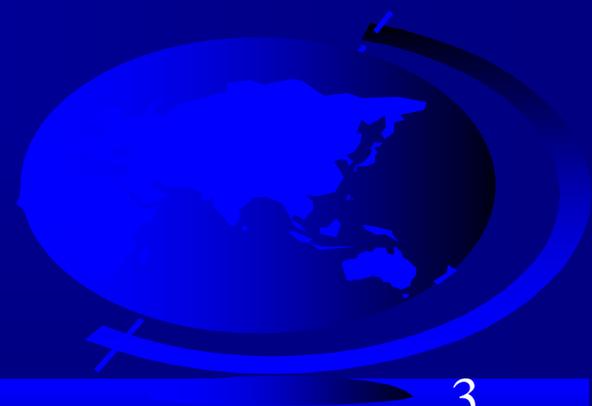
§ 4.5 利用沉降观测资料推算地基沉降 (自学)





由于沉降相互影响，
两栋相邻的建筑物上
部接触

工程实例



学完本章后应掌握以下内容：

土的压缩性和压缩性指标；

用分层总和法和规范法计算土的沉降；

固结沉降的概念；

一维固结沉降的计算。





(墨西哥城)

地基的沉降及不均匀沉降





基坑开挖，引起阳台裂缝

工程实例



第1节 土的压缩性

土的压缩性是指土在压力作用下体积缩小的特性

压缩量的组成

- 固体颗粒的压缩
 - 土中水的压缩
 - 空气的排出
 - 水的排出
- } → 占总压缩量的1/400不到, 忽略不计
- } → 压缩量主要组成部分

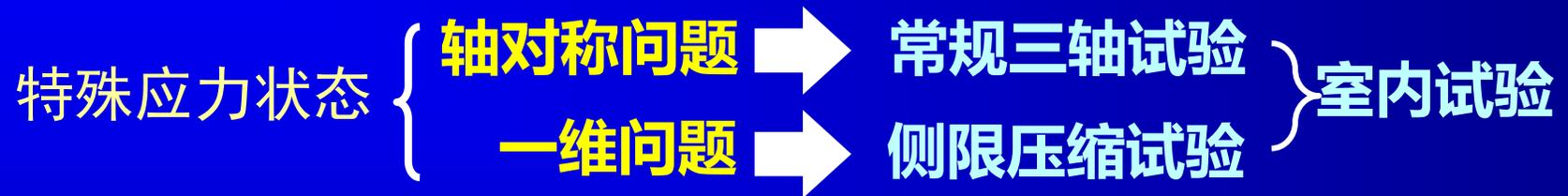
说明：土的压缩被认为主要是孔隙体积减小的结果

无黏性土 透水性好, 水易于排出 → 压缩稳定很快完成

黏性土 透水性差, 水不易排出 → 压缩稳定需要很长一段时间

§4.1 土的压缩性

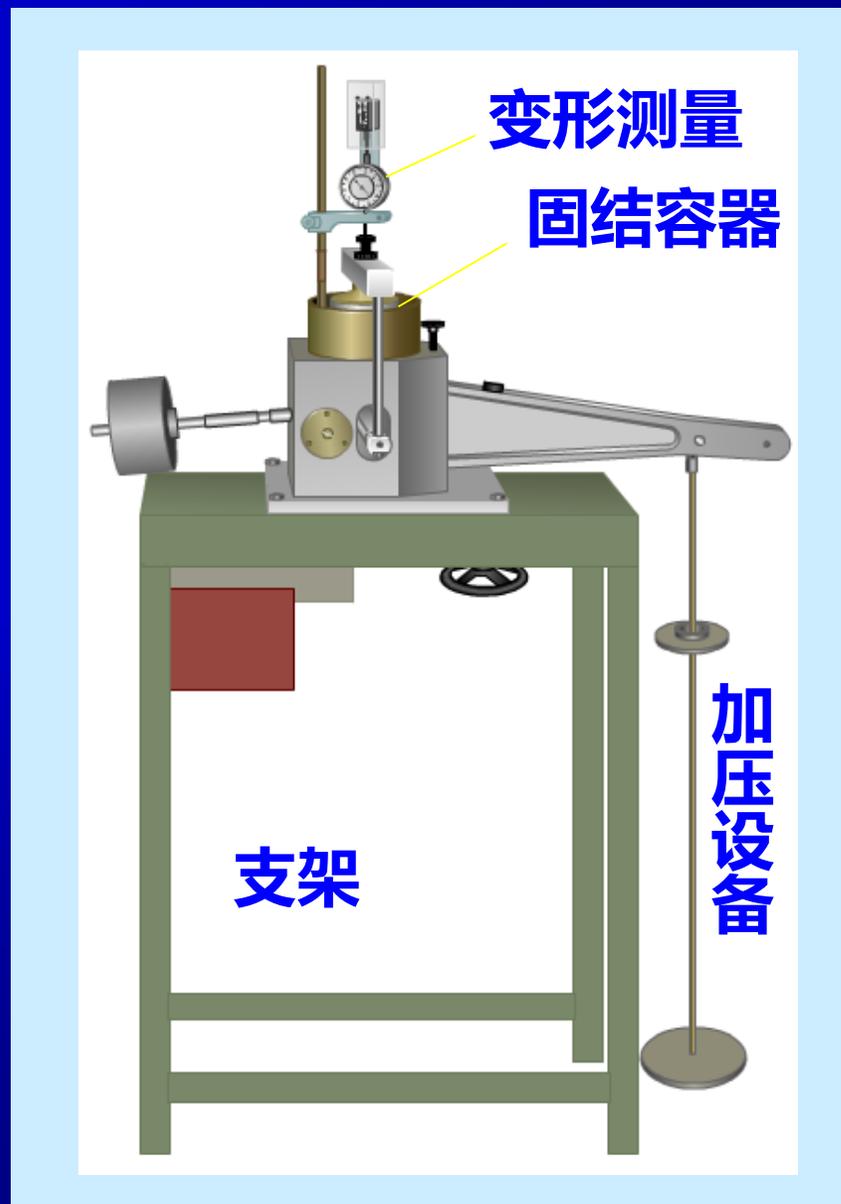
一. 压缩实验



试验目的：变形、强度特性

- 👉 **固结容器：**
**环刀、护环、导环、透水石、
加压上盖和量表架等**
- 👉 **加压设备： 杠杆比例1:10**
- 👉 **变形测量设备**

侧限压缩(固结)仪

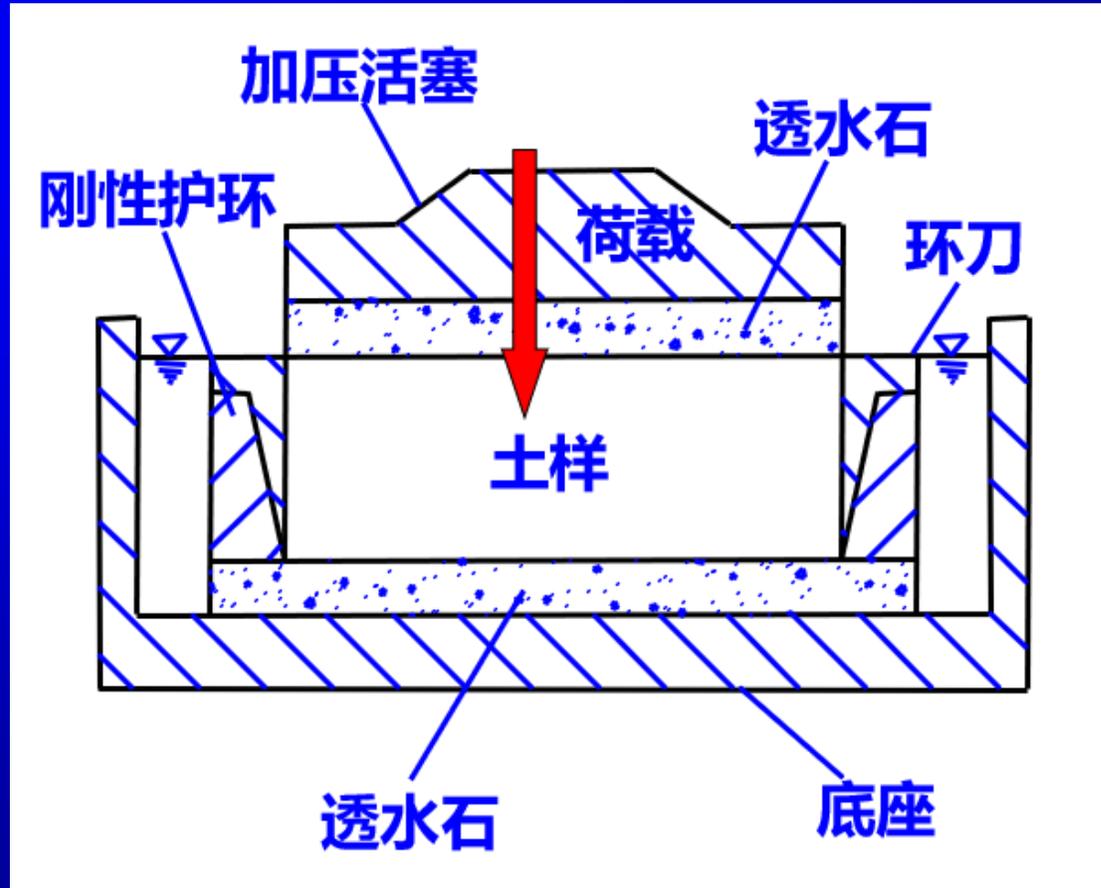




三联固结仪



■ 压缩仪示意图

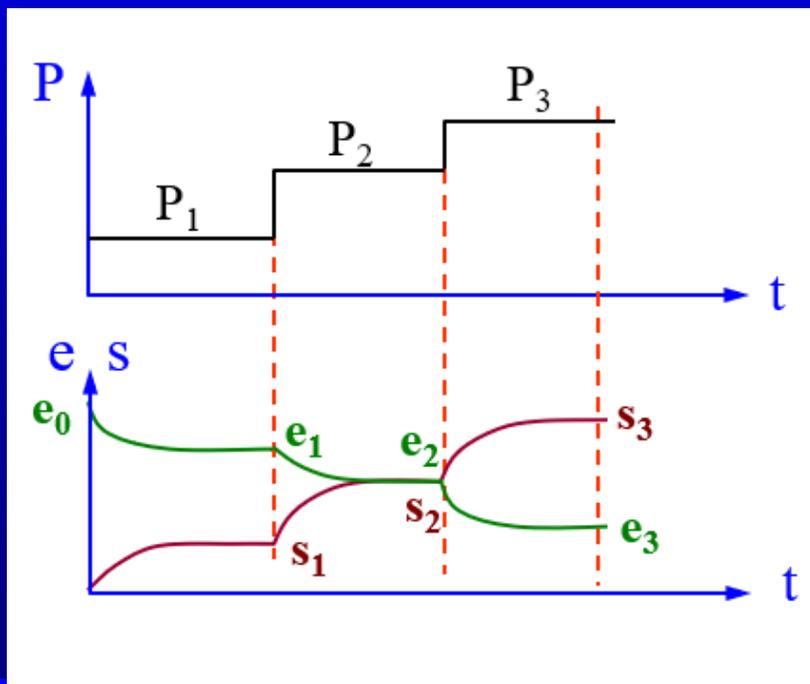


注意：土样在竖直压力作用下，由于环刀和刚性护环的限制，只产生竖向压缩，不产生侧向变形

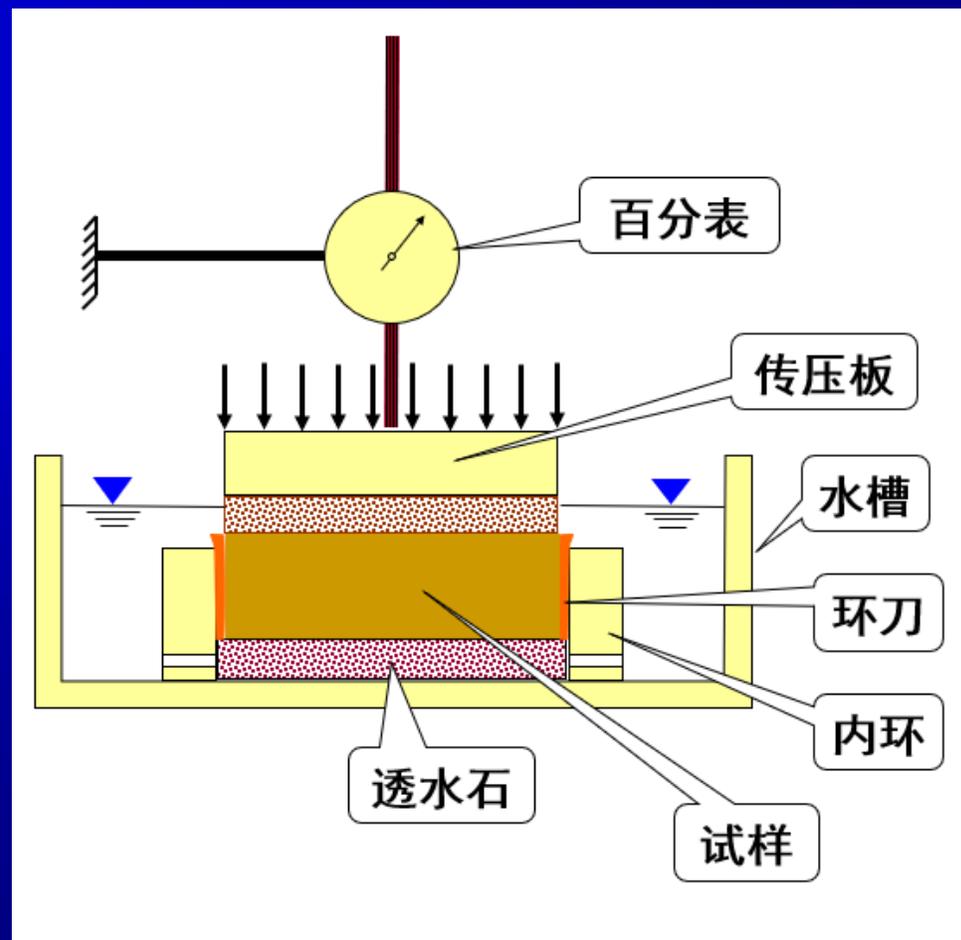
试验方法

- 施加荷载，静置至变形稳定
- 逐级加大荷载

试验结果：

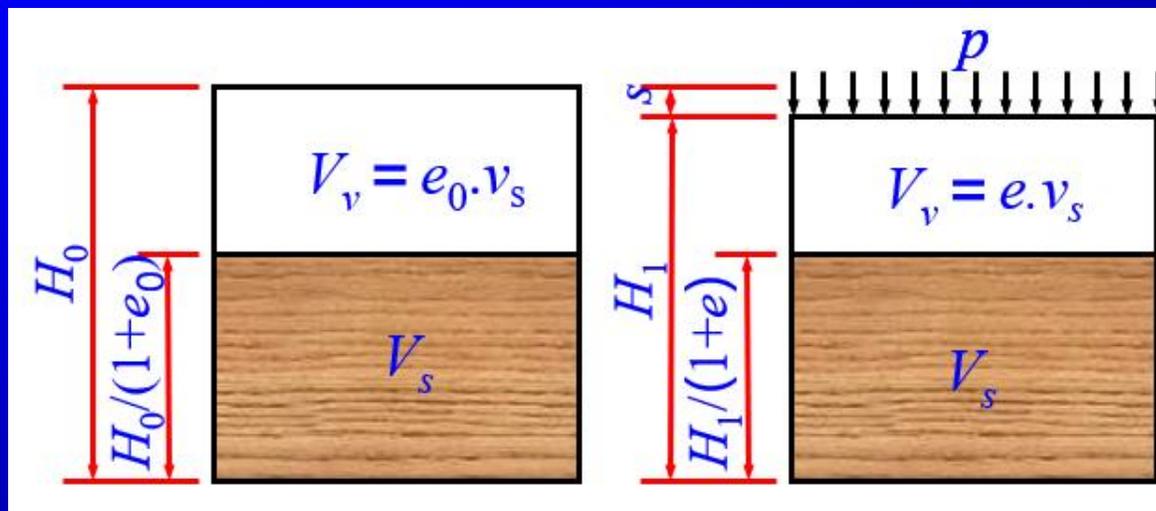


测定：
轴向应力
轴向变形



2. $e-p$ (压缩曲线) 曲线

研究土在不同压力作用下，孔隙比变化规律



土样在压缩前后变形量为 s ，整个过程中土粒体积和底面积不变

土粒高度在受压前后不变

$$\frac{H_0}{1+e_0} = \frac{H_1}{1+e}$$

整理

$$e = e_0 - \frac{s}{H_0} (1+e_0)$$

其中

$$e_0 = \frac{G_s (1+w_0) \rho_w}{\rho_0} - 1$$

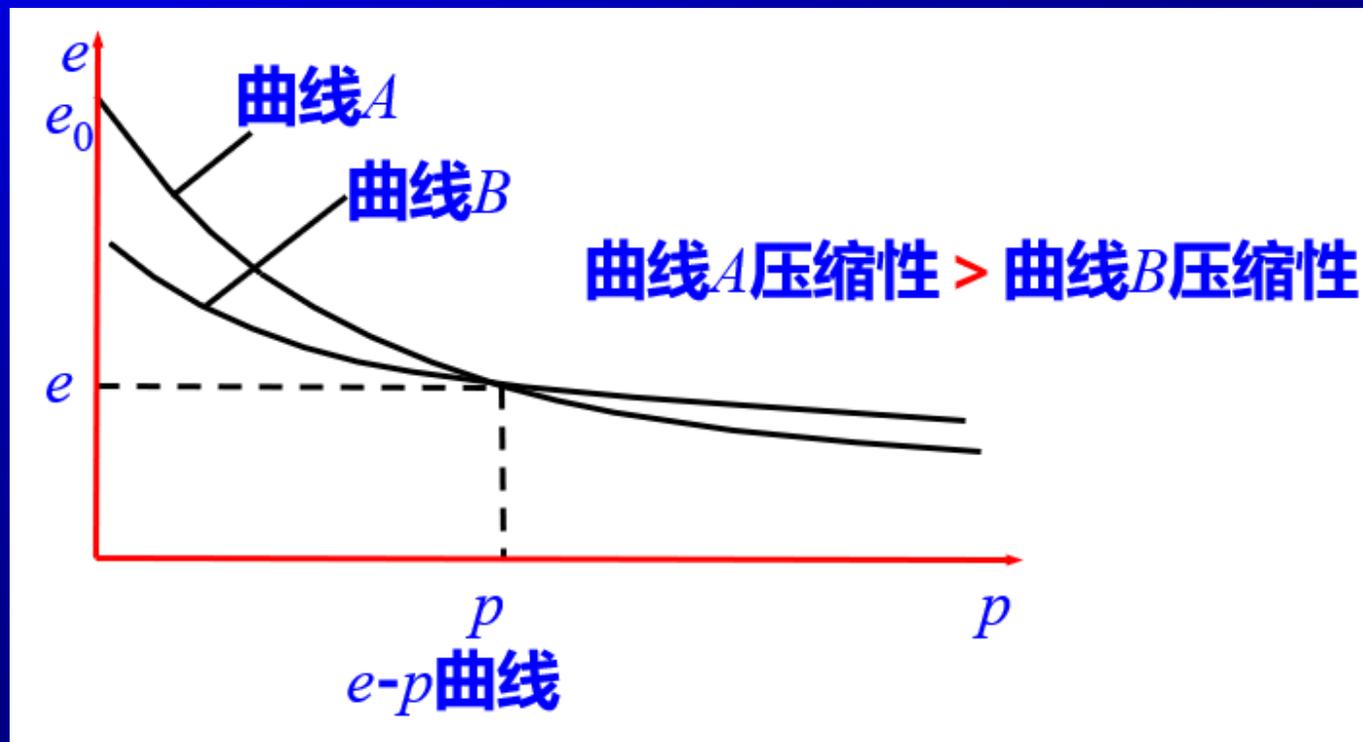
$$s_i = \frac{e_0 - e_i}{1+e_0} H_0$$

根据不同压力 p 作用下，达到稳定的孔隙比 e ，绘制 $e-p$ 曲线，为压缩曲线

二、压缩性指标

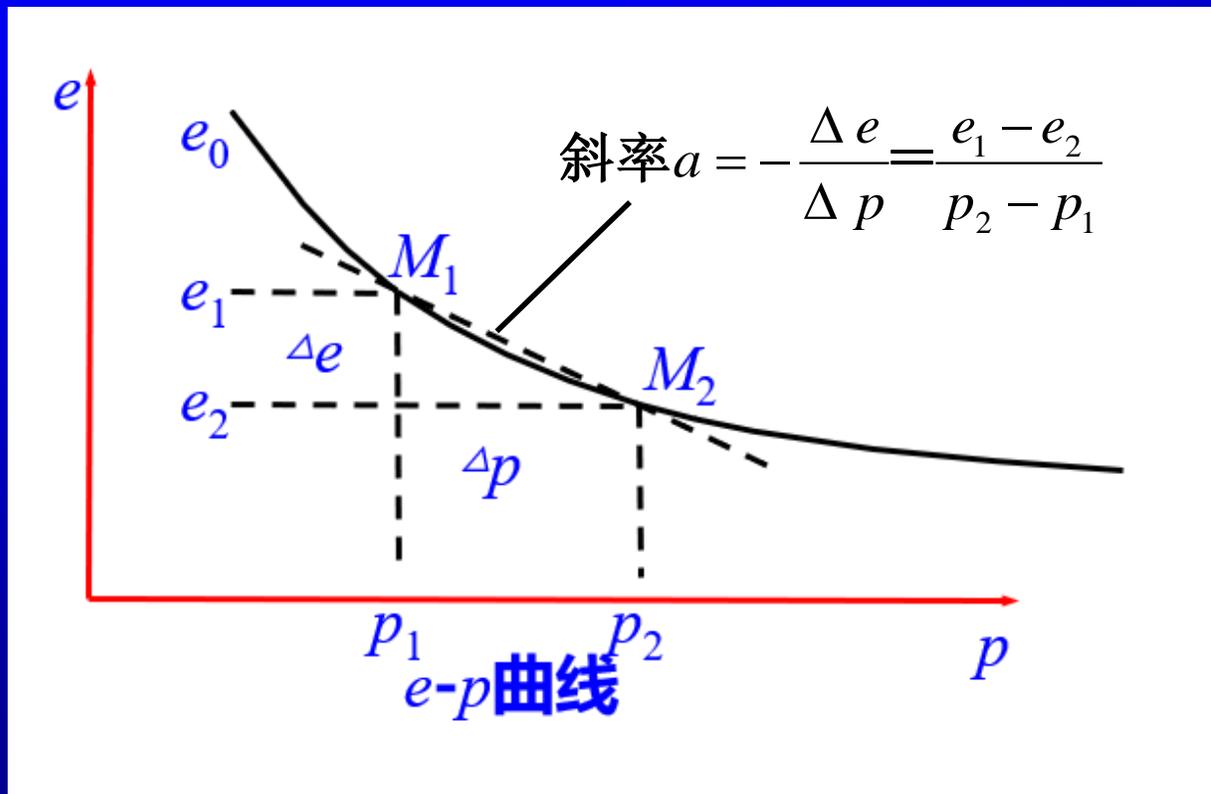
压缩性不同的土，曲线形状不同，曲线愈陡，说明在相同压力增量作用下，土的孔隙比减少得愈显著，土的压缩性愈高

- 1. 压缩系数 a
- 2. 压缩模量 E_s
- 3. 压缩系数 C_c



1. 压缩系数 a

土体在侧限条件下孔隙比减少量与竖向压应力增量的比值



$$a = -\frac{de}{dp}$$

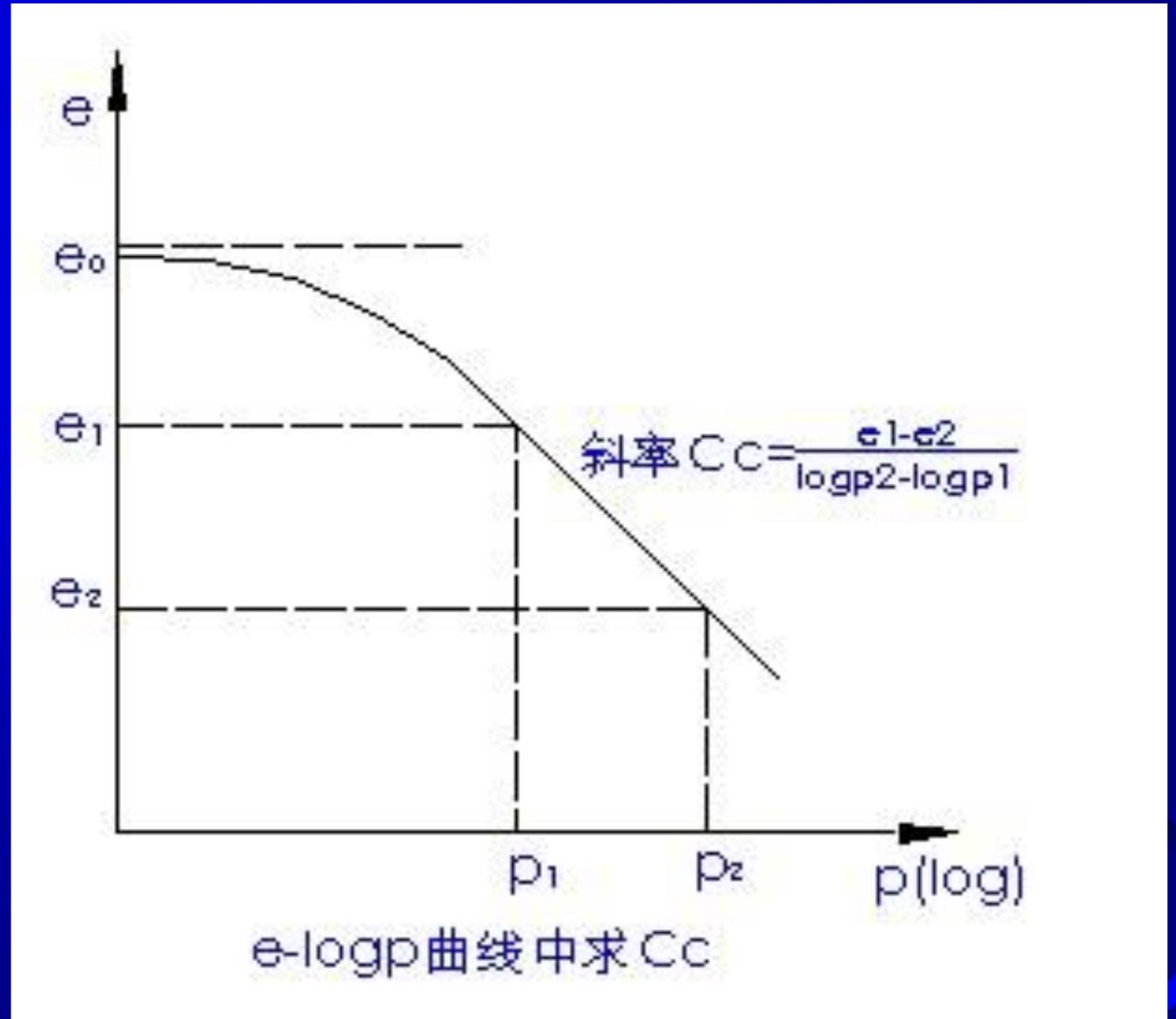
$$a = -\frac{\Delta e}{\Delta p} = \frac{e_1 - e_2}{p_2 - p_1}$$

土的类别	a_{1-2} (MP_a^{-1})
高压缩性土	0.5
中压缩性土	0.1-0.5
低压缩性土	<0.1

2. 压缩指数 C_c

$$C_c = \frac{e_1 - e_2}{\lg p_2 - \lg p_1} = \frac{e_1 - e_2}{\lg \frac{p_2}{p_1}}$$

土的类别	C_c
高压缩性土	> 0.4
中压缩性土	$0.2-0.4$
低压缩性土	< 0.2



2. 压缩模量 E_s

土在侧限条件下竖向压应力与竖向总应变的比值，或称为**压缩模量**。

$$E_s = \frac{\sigma_z}{\varepsilon_z} = \frac{1+e_1}{a}$$

说明：

土的压缩模量 E_s 与土的压缩系数 a 成反比， E_s 愈大， a 愈小，土的压缩性愈低

$E_s < 4\text{MPa}$, 高压缩性土

$E_s = 4 \sim 15\text{MPa}$, 中压缩性土

$E_s > 15\text{MPa}$, 低压缩性土



试验方法确定土的变形模量



载荷试验 —— 土的变形模量 E_0

一、试验设备：

承压板：预制钢板

加荷装置：压力源（重物、反力加载），载荷台架，千斤顶

沉降观测装置：百分表、沉降传感器、水准仪



载荷试验



平板载荷试验







二、试验要点

选择有代表性的部位开挖试坑

注意保持试验土层的原状结构和天然湿度

安装设备及仪器

加荷并测记压板沉降量

终止加载标准

卸载



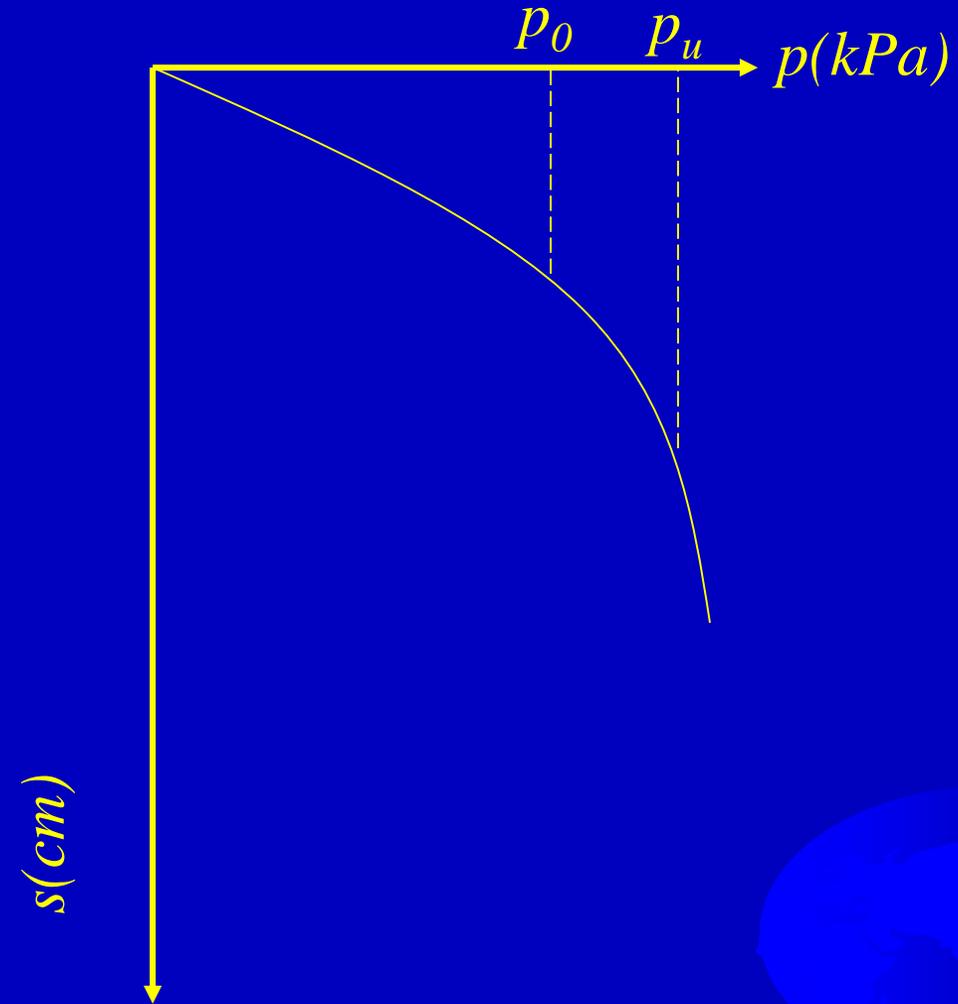
三、试验成果

$p \sim s$ 曲线

$s \sim \lg t$ 曲线

可用于确定：

- 地基承载力特征值
- 地基土变形模量



地基土变形模量:

地基浅层平板载荷试验的变形模量按下式计算 (4-11) :

$$E_0 = \omega(1-\mu^2)p_1b / s_1$$

E_0 — 变形模量(MPa)

ω — 荷载板形状系数

μ — 土的泊松比

b — 承压板直径或边宽(m)

p_1 — $p \sim s$ 曲线起始线性段的荷载(kPa)

s_1 — 与 p_1 对应的沉降(mm)



地基土变形模量：

地基浅层平板载荷试验的变形模量按下式计算：

$$E_0 = \omega(1 - \mu^2)p_1 b/s_1$$

变形模量反映了土体在侧向自由膨胀条件下应力与应变之间的相互关系。



土的载荷试验的特点

载荷试验在现场进行，对地基土扰动小，土中应力状态与实际情况比较接近，测出的指标能较好地反映土的压缩性质；
但试验工作量大，时间长；

尺寸效应：

载荷试验的影响深度一般只能达 $(1.5\sim 2)b$ 。对深层土常用旁压试验或触探试验测定深层的变形模量。



变形模量与压缩模量的关系

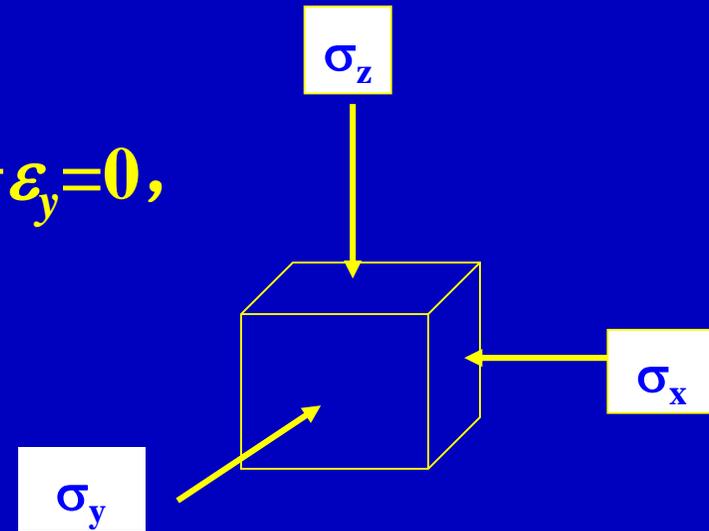
$$\sigma_x = \sigma_y = k_0 \sigma_z \quad (4-15)$$

k_0 —土的侧压力系数

由于土样不允许侧向膨胀，所以 $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$ ，
由广义虎克定律：

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_0} - \mu \frac{\sigma_y}{E_0} - \mu \frac{\sigma_z}{E_0}$$

$$k_0 = \frac{\mu}{1 - \mu} \quad \text{或} \quad \mu = \frac{k_0}{1 + k_0}$$



变形模量与压缩模量的关系

Z方向的应变 ε_z 为

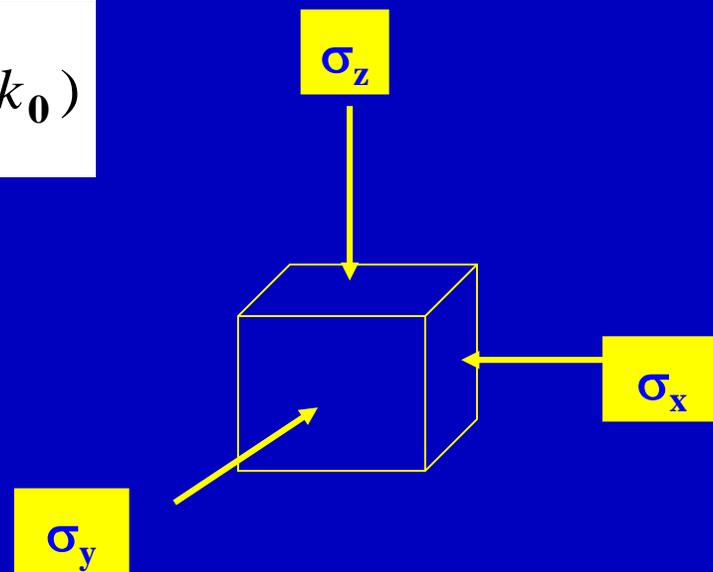
$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E_0} - \mu \frac{\sigma_y}{E_0} - \mu \frac{\sigma_x}{E_0} = \frac{\sigma_z}{E_0} (1 - 2\mu k_0)$$

移项，根据 E_s 定义，可得：

$$E_0 = E_s (1 - 2\mu k_0)$$

令 $\beta = (1 - 2\mu k_0)$ ，可得

$$E_0 = \beta E_s$$



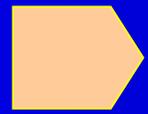
根据统计资料， E_0 值可能是 E_s 值的几倍。

土的种类和状态		μ	β
	碎石土	0.15~0.20	0.90~0.95
	砂土	0.20~0.25	0.83~0.90
	粉土	0.25	0.83
粉质黏土	坚硬状态	0.25	0.83
	可塑状态	0.30	0.74
	软塑及流塑状态	0.35	0.62
黏土	坚硬状态	0.25	0.83
	可塑状态	0.35	0.62
	软塑及流塑状态	0.42	0.39



■ **先期固结压力：土层历史上所经受到的最大有效压力 σ_p**

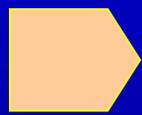
如土层当前承受的自重压力为 σ_s



- $\sigma_p = \sigma_s$: 正常固结土
- $\sigma_p > \sigma_s$: 超固结土
- $\sigma_p < \sigma_s$: 欠固结土

■ **超固结比：**

$$\text{OCR} = \frac{\sigma_p}{\sigma_s}$$



- OCR=1** : 正常固结
- OCR>1** : 超固结
- OCR<1** : 欠固结

👉 相同 σ_s 时，一般OCR越大，土越密实，压缩性越小

先期固结压力

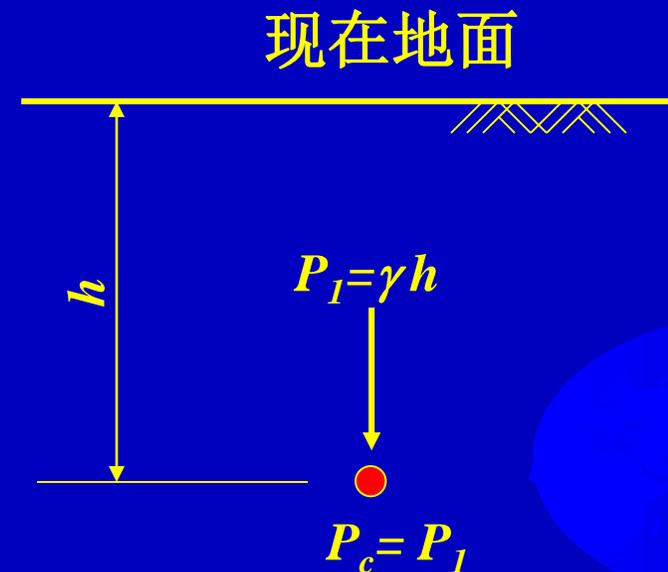
正常固结、超固结和欠固结的概念

正常固结土:

是指土层历史上经受的最大压力，为现有覆盖土的自重压力。并在土的自重应力作用下，达到固结稳定状态。

大多数建筑场地的土层，均为这类正常固结土。

现覆土重 P_1 =先期固结压力 P_c

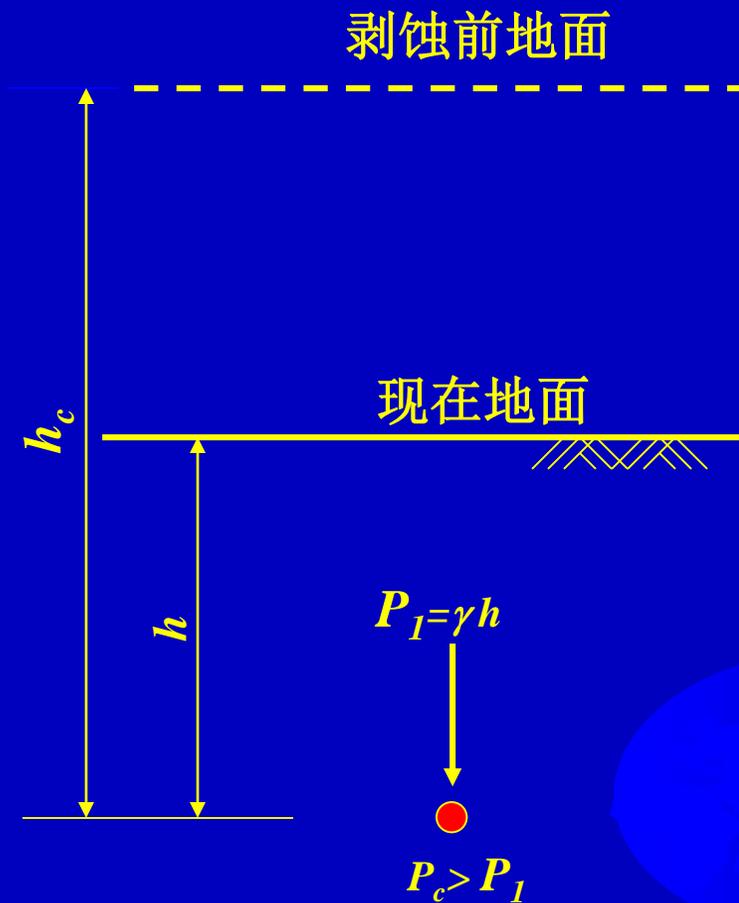


正常固结、超固结和欠固结的概念

超固结土:

该土层历史上曾经受过大于现有覆盖土重的前期固结压力。

后因各种原因（包括水流冲刷、冰川作用及人类活动等），搬运相当厚的沉积物，将地面降至目前标高。



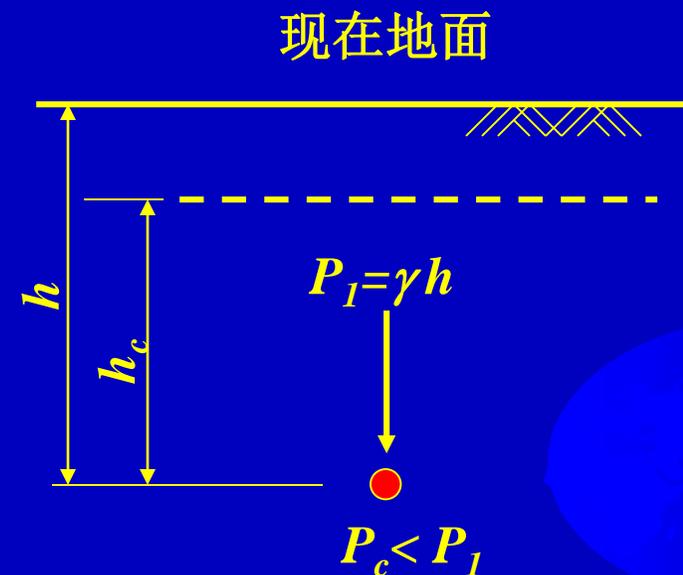
现覆土重 $P_1 <$ 先期固结压力 P_c

正常固结、超固结和欠固结的概念

欠固结土:

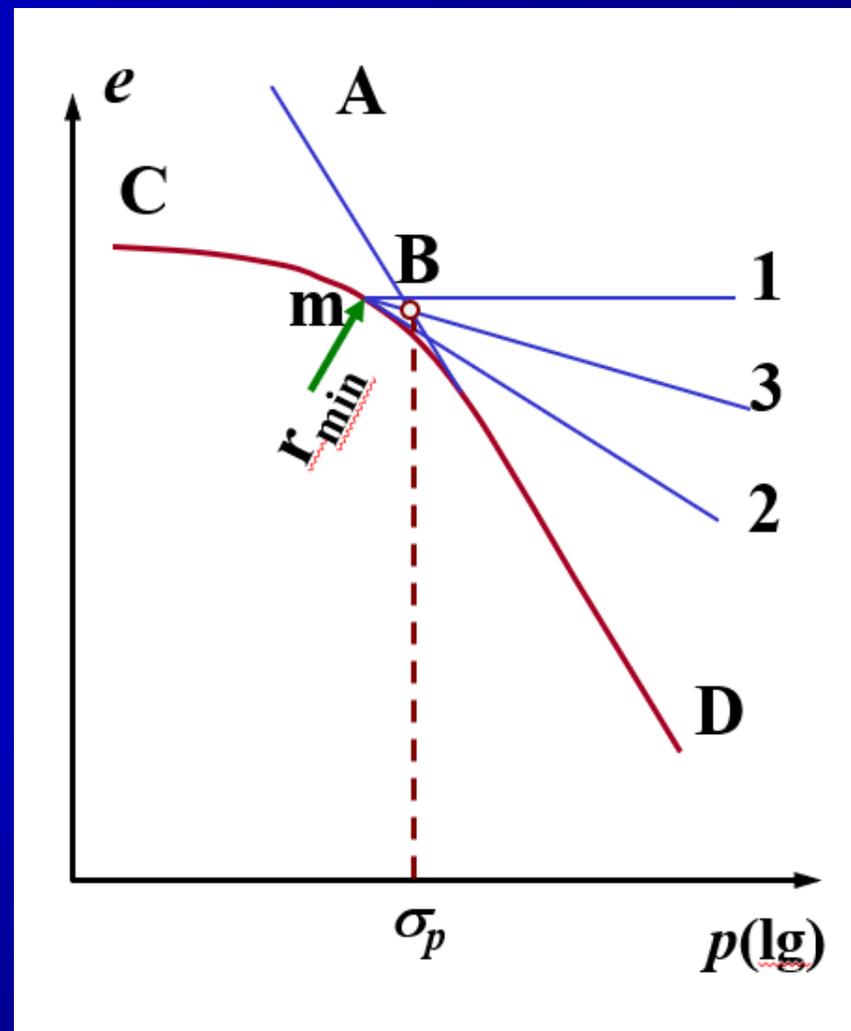
指土层在目前的土重下，还没有达到完全固结的程度，土层实际固结压力小于现有的土层自重应力。

现覆土重 $P_1 >$ 先期固结压力 P_c



■ Casagrande 法

1. 在 $e-\lg p$ 曲线上, 找出曲率最大点 m
2. 作水平线 m_1
3. 作 m 点切线 m_2
4. 作 m_1, m_2 的角分线 m_3
5. m_3 与试验曲线的直线段交于点 B
6. B 点对应于先期固结压力 σ_p



先期固结压力 σ_p 的确定



$e - p$ 曲线



$e - \lg p$ 曲线



由侧限压缩试验整理得到的
二条常用曲线



先期固结压力



原位压缩曲线及原位再压缩曲线

小 结

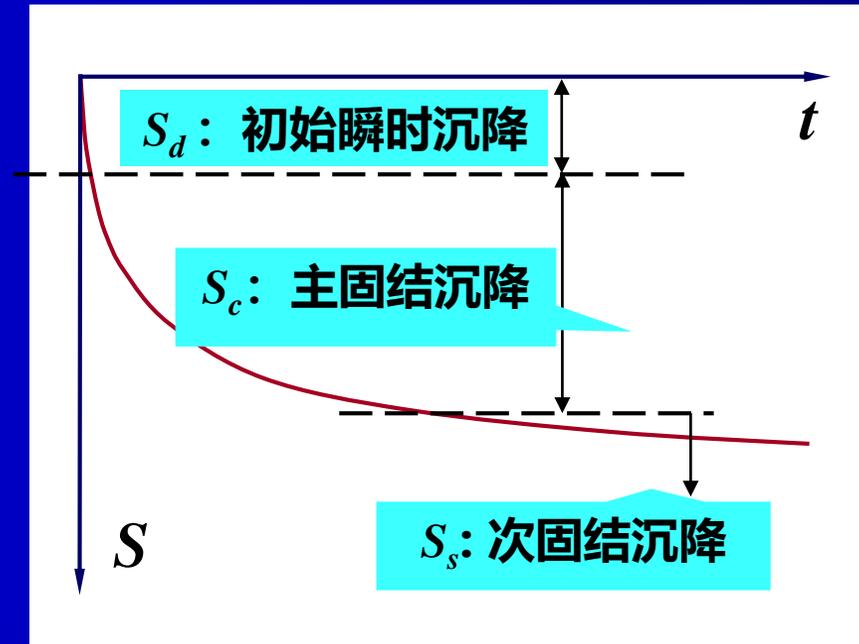


§4.3 地基的最终沉降量计算



■ 黏性土地基的沉降量 S 由机理不同的三部分沉降组成:

- 👉 初始瞬时沉降 S_d : 在不排水条件下, 由剪应变引起侧向变形导致
- 👉 主固结沉降 S_c : 由超静孔压消散导致的沉降, 通常是地基变形的主要部分
- 👉 次固结沉降 S_s : 由于土骨架的蠕变特性引起的变形



➡ 总变形:

$$S = S_d + S_c + S_s$$

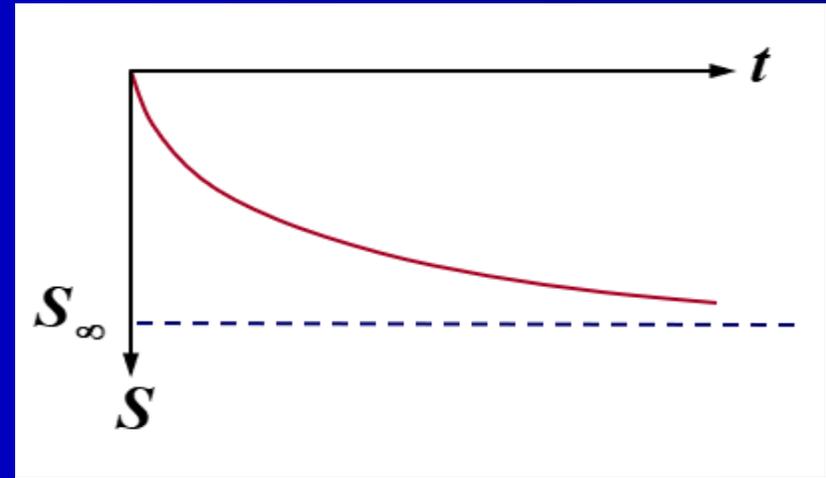
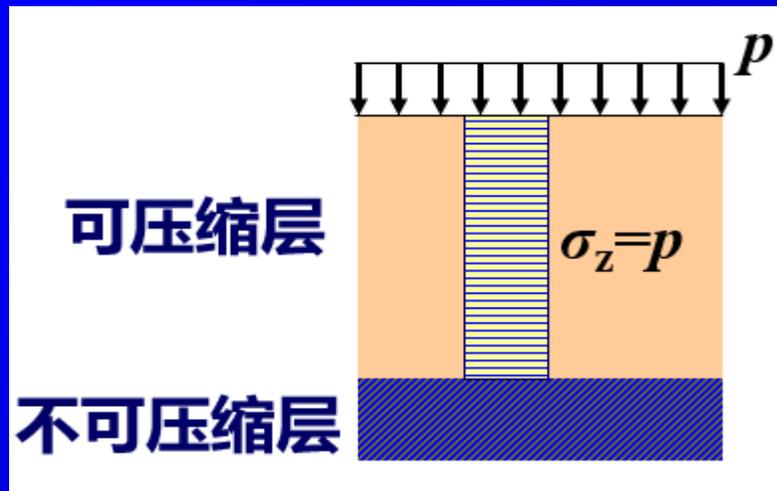
黏性地基的沉降类型

地基最终沉降量:

是指在建筑物荷载作用下达到压缩稳定时的沉降量。

沉降计算方法

1. 分层总和法
(Layer-wise summation method)
2. 规范推荐法
(Recommended method by design code for building foundation)
3. 弹性力学法
(Elastic mechanics method)



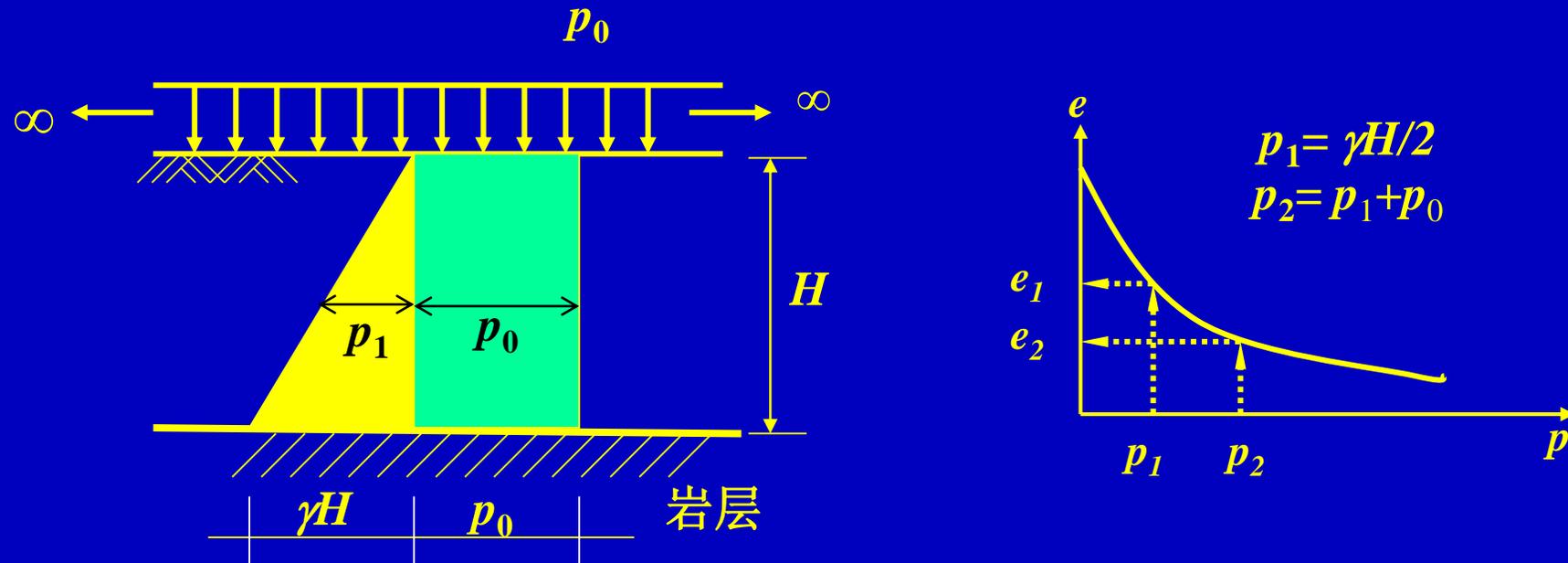
$e \sim p$ 曲线和 $e \sim \log p$ 曲线：反映了荷载作用下变形稳定时的孔隙比变化（相当于土体体积的变化），所以可用压缩试验的压缩性指标来计算土层在荷载作用下的总沉降量。

土层只在竖直方向发生压缩变形，而没有侧向变形，属一维压缩问题。

■ 计算方法：

以一维侧限应力状态土的压缩特性为基础的分层总和法

在厚度为 H 的土层上面施加大面积均布荷载 p_0 ，也属于一维压缩问题。



$$S = \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1} H = \frac{a}{1 + e} (p_2 - p_1) H = \frac{\sigma_z}{E_s} H = \frac{A}{E_s}$$



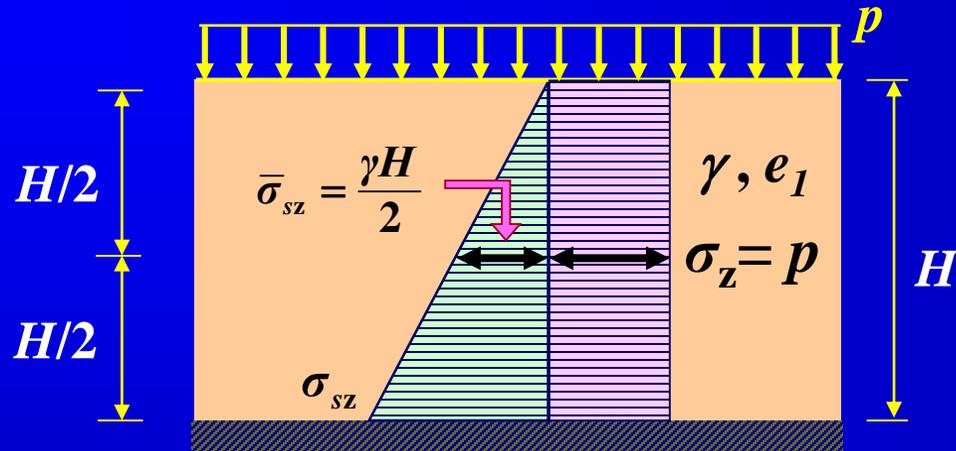
■ 基本假定：

- 👉 (1) 地基土是均质、连续、各向同性的半无限线性变形体；
- 👉 (2) 地基土在外荷载作用下，处于侧限应力状态,只发生竖向变形，没有侧向变形；（用固结试验指标）
- 👉 (3) 采用基础底面中心点下点的竖向附加应力；
- 👉 (4) 将地基分成若干层，认为整个地基的最终沉降量为各层沉降量之和：

$$S = \sum S_i$$

地基最终沉降量分层总和法

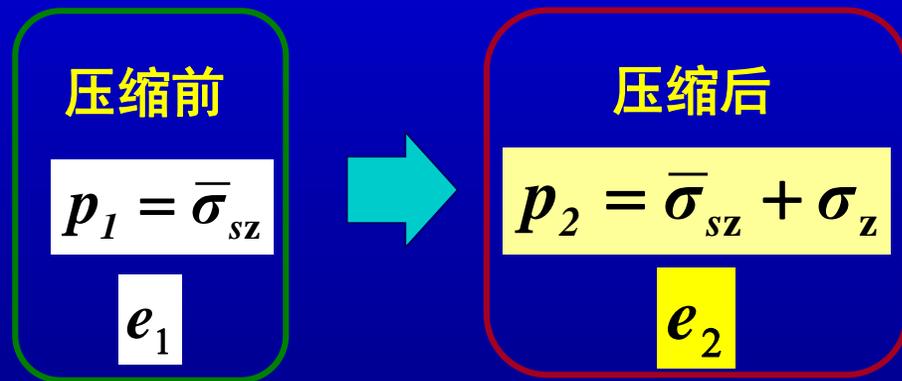
■ 计算简图



$$S = \varepsilon_z H = \varepsilon_v H$$

$$\varepsilon_z = \varepsilon_v = \frac{-\Delta e}{1 + e_1} = \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1}$$

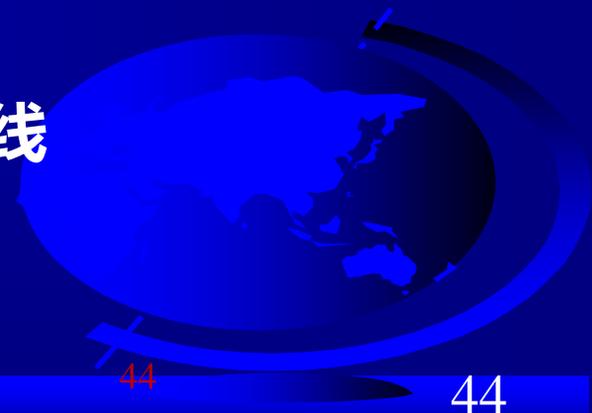
$$S = \varepsilon_z H = \varepsilon_v H = \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1} H$$



(a) $e - p$ 曲线

(b) $e - \lg p$ 曲线

单一土层一维压缩问题



以公式
为例

■ 计算步骤:

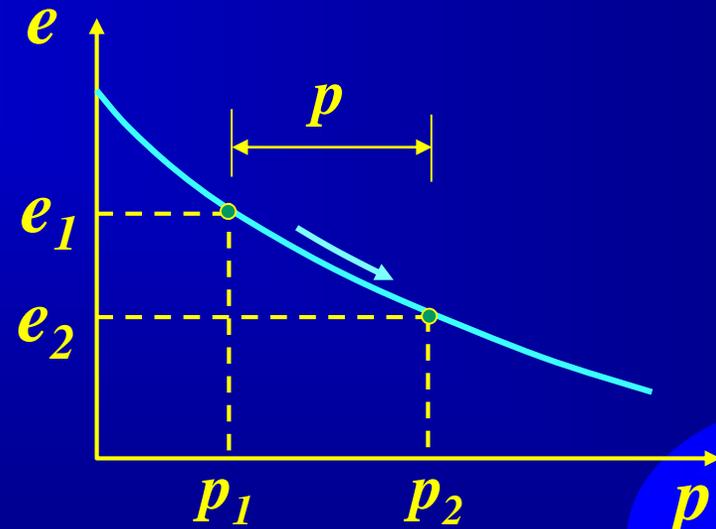
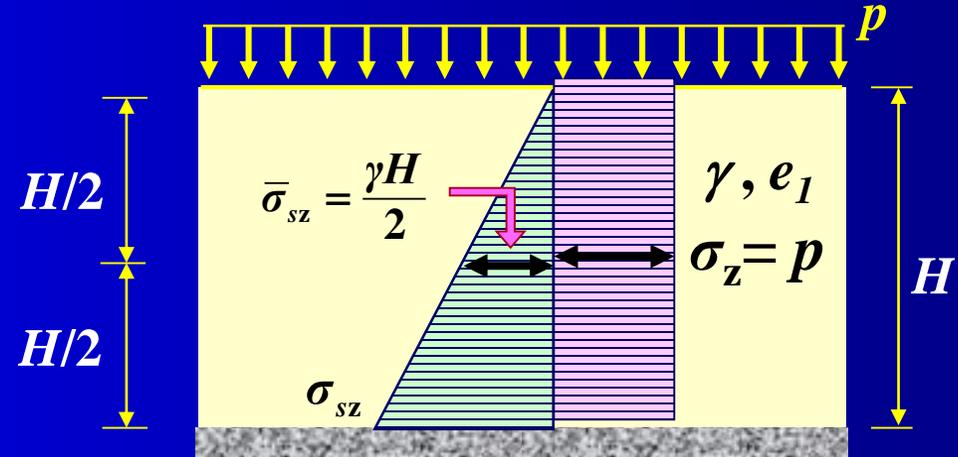
$$S = \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1} H$$

• 确定: $H; \bar{\sigma}_{sz}; \sigma_z$

• 查定: $p_1 = \bar{\sigma}_{sz} \Rightarrow e_1$

$$p_2 = \bar{\sigma}_{sz} + \sigma_z \Rightarrow e_2$$

• 算定: $S = \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1} H$



单一土层一维压缩问题

5. 确定计算深度 z_n

经验法:

一般土层: $\sigma_z = 0.2\sigma_{sz}$

软土层: $\sigma_z = 0.1\sigma_{sz}$

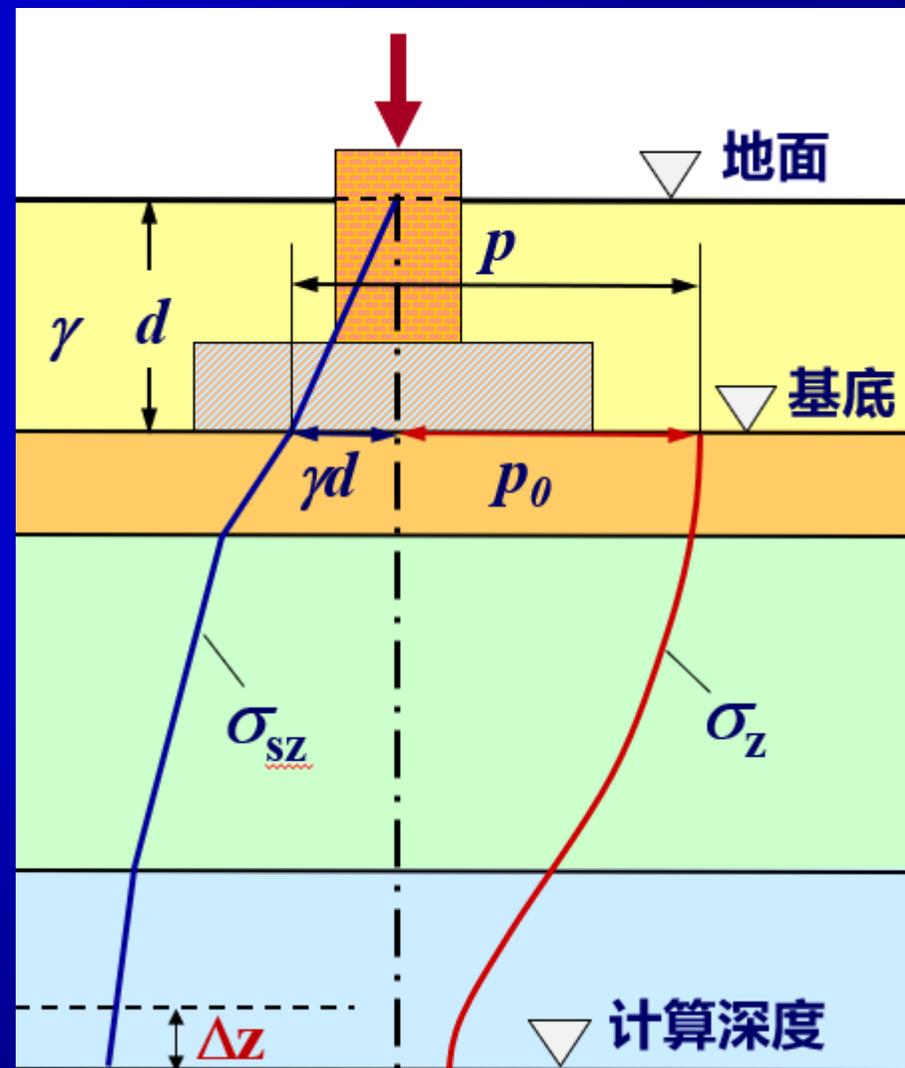
经验公式: $Z_n = b(2.5 - 0.4 \ln b)$

计算到压缩性较大土层底面

规范法: $\Delta S' \leq 0.025S$

6. 计算每层沉降量 S_i

7. 各层沉降量叠加 $\sum S_i$



2.步骤

(1) 确定沉降计算点

(2) 分层

(3) 计算各层面处的自重应力，绘制 $\sigma_{zi} \sim z$ 曲线

(4) 计算各层面处的附加应力，绘制 $\sigma_{si} \sim z$ 曲线

(5) 确定压缩土层的厚度

(6) 求各土层平均的自重应力

和平均附加应力

(8) 计算每一分层的 $\Delta s_i = \frac{e_{1i} - e_{2i}}{1 + e_{1i}} \cdot h_i$

(9) 总的 $s = \sum_{i=1}^n \Delta s_i$

$$\bar{\sigma}_{czi} = \frac{\sigma_{cz(i-1)} + \sigma_{czi}}{2}$$

$$\bar{\sigma}_{zi} = \frac{\sigma_{z(i-1)} + \sigma_{zi}}{2}$$

(7) 令 $p_{1i} = \bar{\sigma}_{czi}$, $p_{2i} = \bar{\sigma}_{czi} + \bar{\sigma}_{zi}$, 从各层的 $e \sim p$ 曲线上由 p_{1i} 查得 e_{1i} , p_{2i} 查得 e_{2i}

例：某正常固结土层厚2.m，其下为不可压缩层，平均自重应力100kPa；压缩试验数据见下表，建筑物平均附加应力200kPa，试求该土层最终沉降量。

压力 p/kPa	0	50	100	200	300	400
孔隙比e	0.984	0.900	0.828	0.752	0.710	0.680

解：

$$s = \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1} H$$

$$p_1 = \sigma_c = 100kPa$$

$$e_1 = 0.828$$

$$p_2 = \sigma_c + \sigma_z = 100 + 200 = 300kPa$$

$$e_2 = 0.710$$

$$s = \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1} H = \frac{0.828 - 0.710}{1 + 0.828} \times 2000 = 129.1mm$$



👉 **基本假定：**

- (a) 基底压力为线性分布**
- (b) 附加应力用弹性理论计算**
- (c) 只发生单向沉降：侧限应力状态**
- (d) 取基础中心点下的竖向附加应力计算**

👉 **优 点：**

- 👍 **可计算成层地基**
- 👍 **可计算不同形状基础（条性、矩形和圆形等）**
- 👍 **可计算不同基底压力分布（均匀、三角和梯形分布）**
- 👍 **参数的试验测定方法简单，压缩系数、压缩模量（ $e-p$ 曲线）**
- 👍 **用经验修正系数适当修正**

分层总和法的评价

§4.3 地基的最终沉降量计算

《建筑地基基础设计规范》法



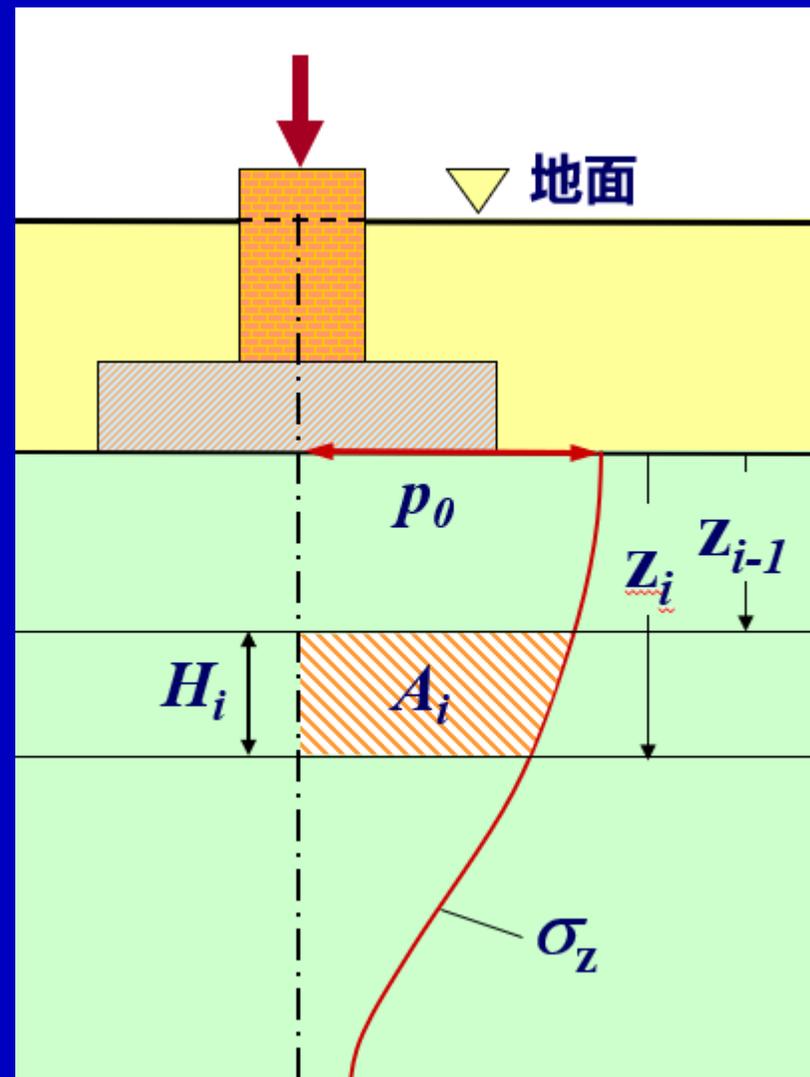
第*i*层的变形量:

$$S_i = \frac{e_{1i} - e_{2i}}{1 + e_{1i}} h_i = \frac{a_i}{1 + e_i} (p_{2i} - p_{1i}) h_i = \frac{\sigma_{zi}}{E_{si}} h_i = \frac{A_i}{E_{si}}$$

$$\begin{aligned} A &= \int_0^z \sigma_z dz = \int_0^z p_0 \alpha dz \\ &= p_0 \int_0^z \alpha dz = p_0 \cdot z \cdot \bar{\alpha} \end{aligned}$$

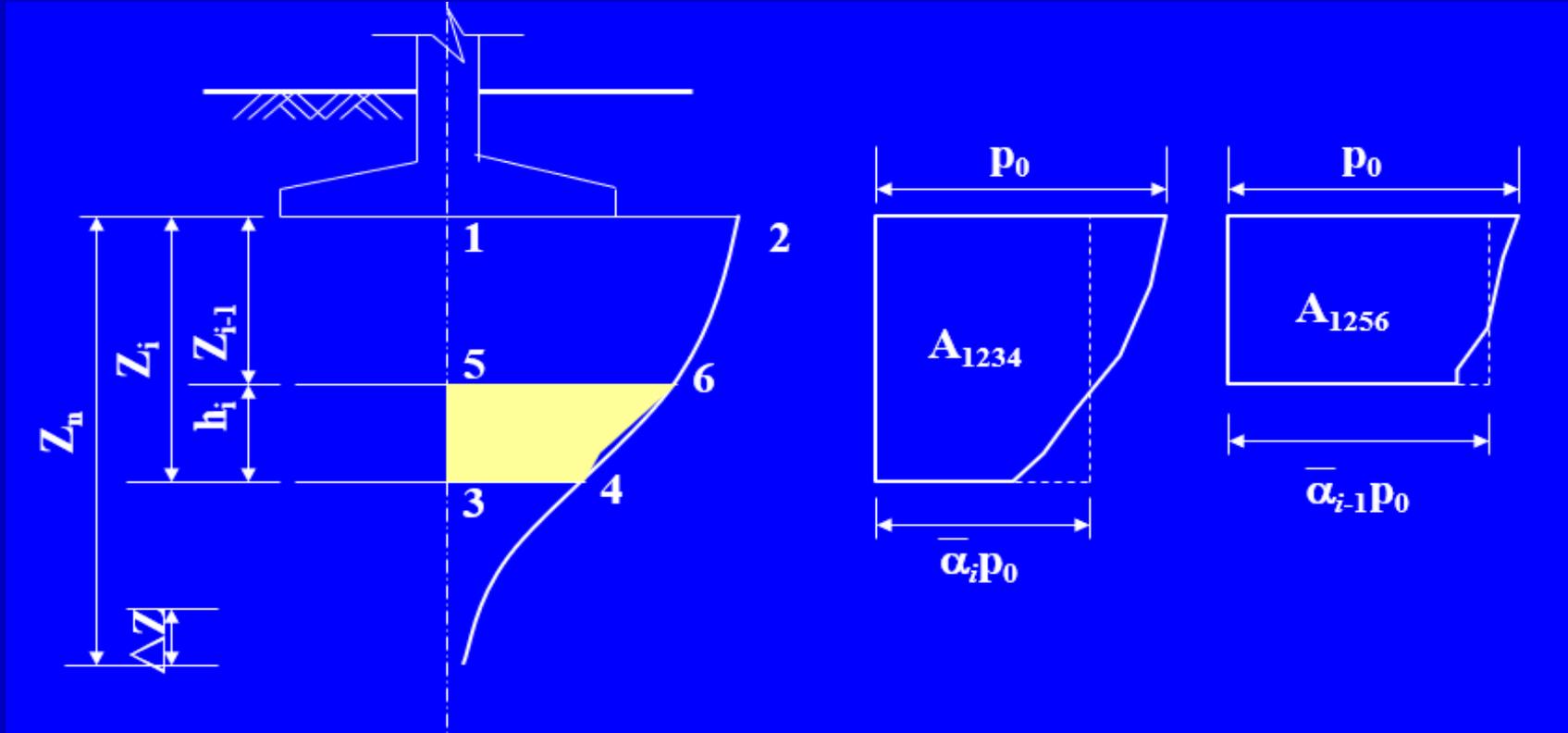
P140 深度*z*范围内平均附加应力系数(表4 - 4)

$$A_i = p_0 (z_i \bar{\alpha}_i - z_{i-1} \bar{\alpha}_{i-1})$$



地基最终沉降量规范法

平均附加应力系数的含义：附加应力系数的平均值



$$s' = \sum_{i=1}^n \frac{\bar{\sigma}_{zi}}{E_{si}} h_i = \sum_{i=1}^n \frac{A_{1234} - A_{1256}}{E_{si}} = \sum_{i=1}^n \frac{p_0}{E_{si}} (\bar{\alpha}_i z_i - \bar{\alpha}_{i-1} z_{i-1})$$

P143 沉降计算经验系数 ψ_s

$$s = \psi_s \cdot s' = \psi_s \cdot \sum_{i=1}^n \frac{p_0}{E_{si}} (\bar{\alpha}_i z_i - \bar{\alpha}_{i-1} z_{i-1})$$

$$\bar{E}_s = \frac{\sum A_i}{\sum \frac{A_i}{E_{si}}} \quad A_i = p_0 (z_i \bar{\alpha}_i - z_{i-1} \bar{\alpha}_{i-1})$$

\bar{E}_s	2.5	4.0	7.0	15.0	20.0
$P_0 \geq f_{ak}$	1.4	1.3	1.0	0.4	0.2
$P_0 \leq 0.75 f_{ak}$	1.1	1.0	0.7	0.4	0.2

沉降计算深度 z_n

$$\Delta s'_n \leq 0.025 \sum_{i=1}^n \Delta s'_i$$

$\Delta s'_i$ — 沉降计算深度范围内，第 i 层土的计算沉降值

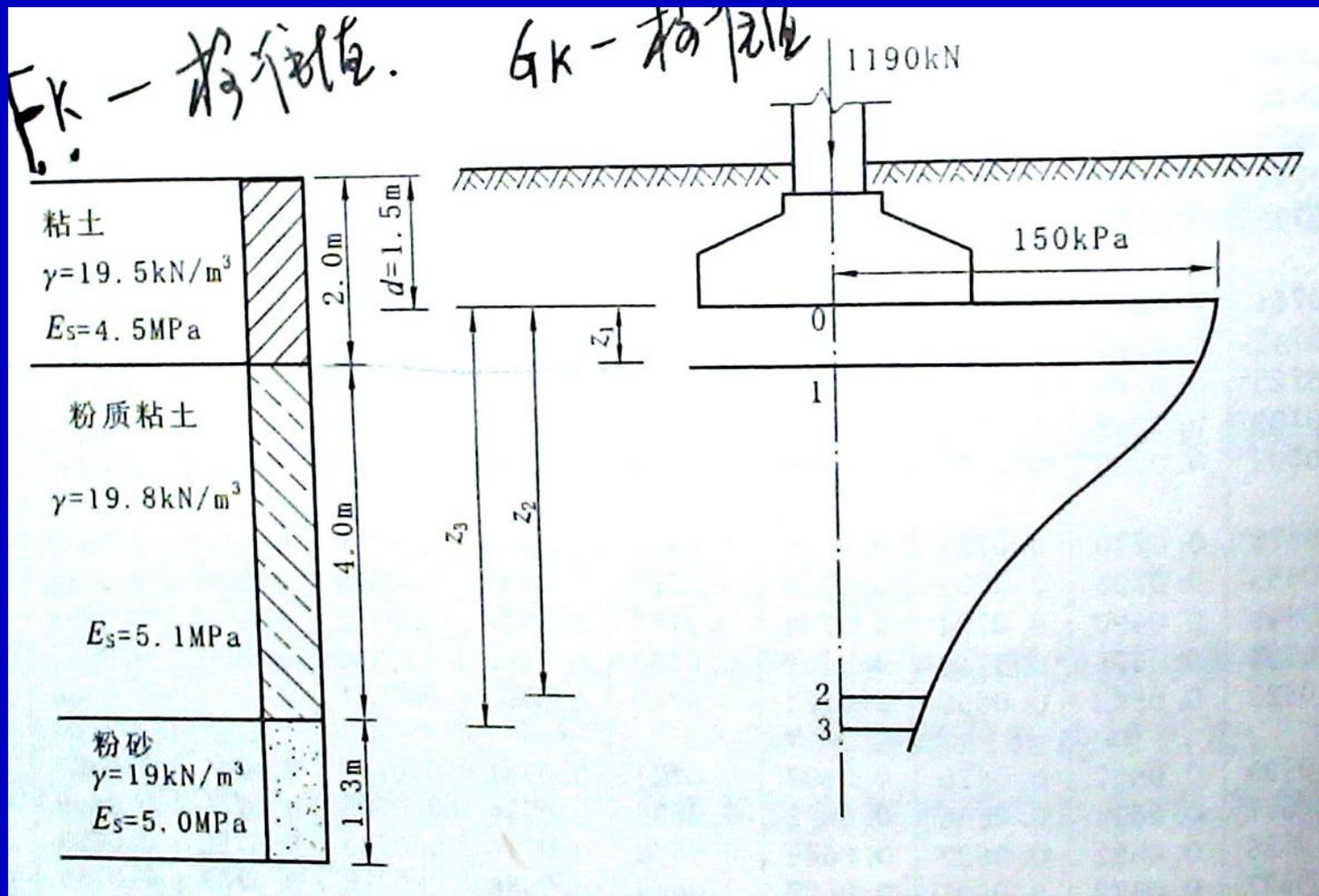
$\Delta s'_n$ — 在计算深度 z_n 处向上取厚度为 Δz 的土层的计算沉降值

P143 表4-6 厚度 Δz 的取值

基底宽度 (m)	≤ 2	$2 < b \leq 4$	$4 < b \leq 8$	$8 < b \leq 15$	$15 < b \leq 30$	$b > 30$
Δz (m)	0.3	0.6	0.8	1.0	1.2	1.5

当无相邻荷载影响，基础宽度在1-30m时： $Z_n = b(2.5 - 0.4 \ln b)$

柱荷载 $F=1190\text{kN}$ ，基础埋深 $d=1.5\text{m}$ ，基础底面尺寸 $4\text{m}\times 2\text{m}$ ，用规范法求基础的最终沉降量。



(1) 基底压力

$$p = \frac{F + G}{A} = \frac{1190 + 20 \times 4 \times 2 \times 1.5}{2 \times 4} = 179(\text{kPa})$$

基底附加压力 $p_0 = p - \gamma d = 179 - 19.5 \times 1.5 = 150\text{kPa} = 0.15\text{MPa}$

(2) 沉降计算深度

$$= \frac{p_0}{E_{si}} (\bar{\alpha}_i z_i - \bar{\alpha}_{i-1} z_{i-1})$$

(3) 沉降计算

$$b_1 = b/2$$

点号	Z_i (m)	L/b_1	z/b_1	$\bar{\alpha}_i$	$z_i \bar{\alpha}_i$	$\frac{z_i \bar{\alpha}_i - z_{i-1} \bar{\alpha}_{i-1}}{E_{si}}$	$\frac{p_0}{E_{si}}$	ΔS_i	$\sum \Delta S_i$	$\frac{\Delta S_n}{\sum \Delta S_i}$
0	0	2	0	$4 \times 0.25 = 1.0$	0					
1	0.50		0.5	$4 \times 0.2468 = 0.9872$	493.6	493.6	0.033	16.29		
2	4.20		4.2	$4 \times 0.1319 = 0.5276$	2215.	1722.	0.029	49.95		
3	4.50		4.5	$4 \times 0.126 = 0.504$	2268.	52.1	0.029	1.51	67.75	0.0226

(4) 沉降计算深度zn的校核

(5) 确定沉降经验系数 ψ_s

$$\begin{aligned}\bar{E}_s &= \frac{\sum A_i}{\sum \frac{A_i}{E_{si}}} = \frac{p_0 \sum (z_i \bar{\alpha}_i - z_{i-1} \bar{\alpha}_{i-1})}{p_0 \sum [(z_i \bar{\alpha}_i - z_{i-1} \bar{\alpha}_{i-1}) / E_{si}]} \\ &= \frac{493.6 + 1722.32 + 52.08}{\frac{493.6}{4.5} + \frac{1722.32}{5.1} + \frac{52.08}{5.1}} = 5MPa\end{aligned}$$

(6) 基础最终沉降量

$$s = \psi_s \cdot s' = 1.2 \times 67.75 = 81.30mm$$

应力历史对地基沉降的影响

p.130

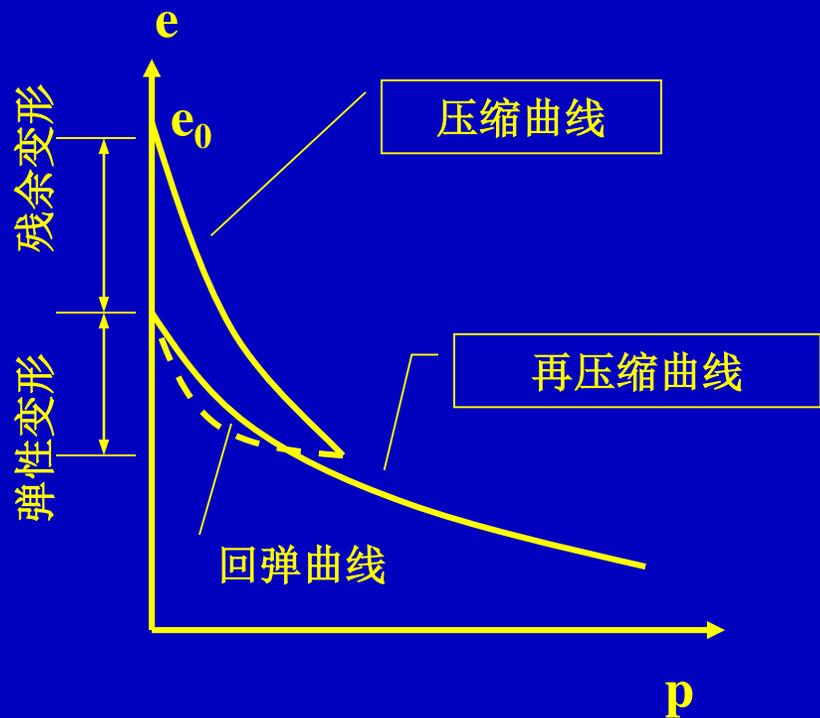


回弹曲线: p.130

卸压后的回弹曲线要平缓很多, 说明土受压缩发生变形, 卸压回弹, 但变形不能全部恢复。分为:

弹性变形

残余变形

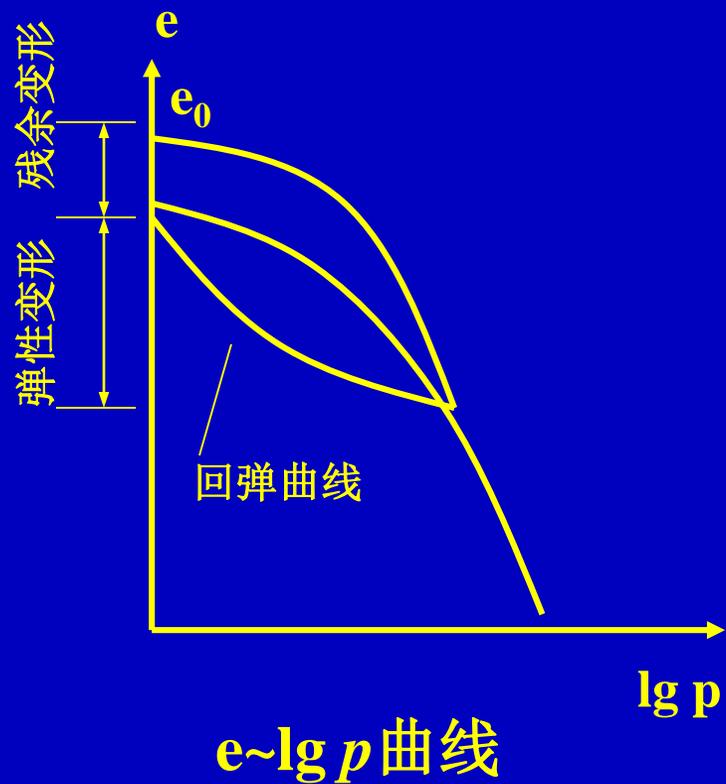


高层建筑因开挖基坑后造成坑底回弹。
在预估基础沉降时, 应适当考虑回弹的影响。



$e \sim \lg p$ 曲线

地基变形：
弹性变形
残余变形

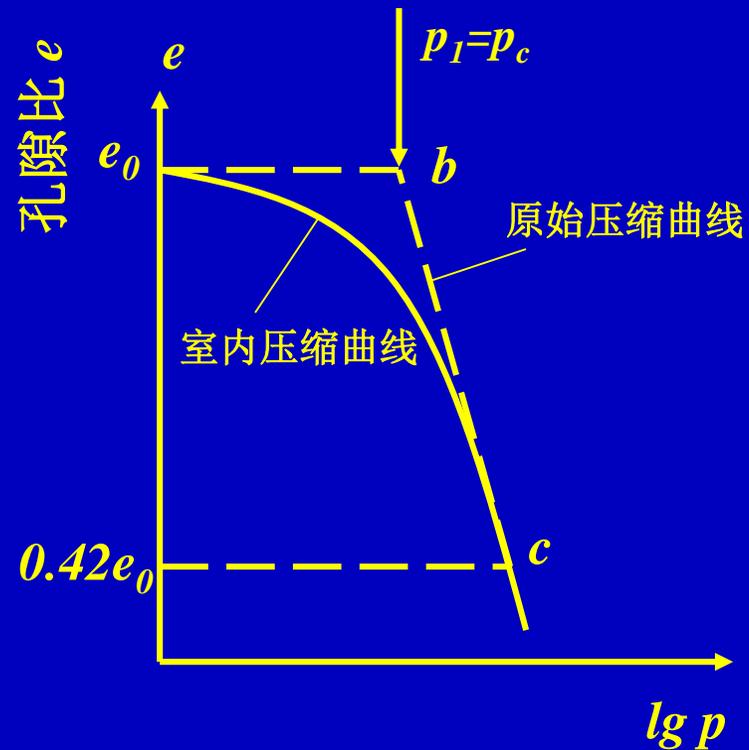


正常固结土 ($p_1=p_c$)

- (1) 作室内 $e \sim \lg p$ 曲线及定 p_c ;
- (2) 作 e_0 线, 与 p_c 交于 b 点;
- (3) 作 $e=0.42 e_0$ 线得 c 点, 连 bc 即为原始压缩曲线;
- (4) 由 bc 线斜率得压缩指数 C_c 。

用公式(4-36)计算最终沉降量。

P.151



$e \sim \lg p$ 曲线

考虑应力历史影响的地基最终沉降量计算

由 $e \sim \lg p$ 曲线可得到压缩指数 C_c :

$$C_c = \frac{e_1 - e_2}{\lg p_1 - \lg p_2}$$

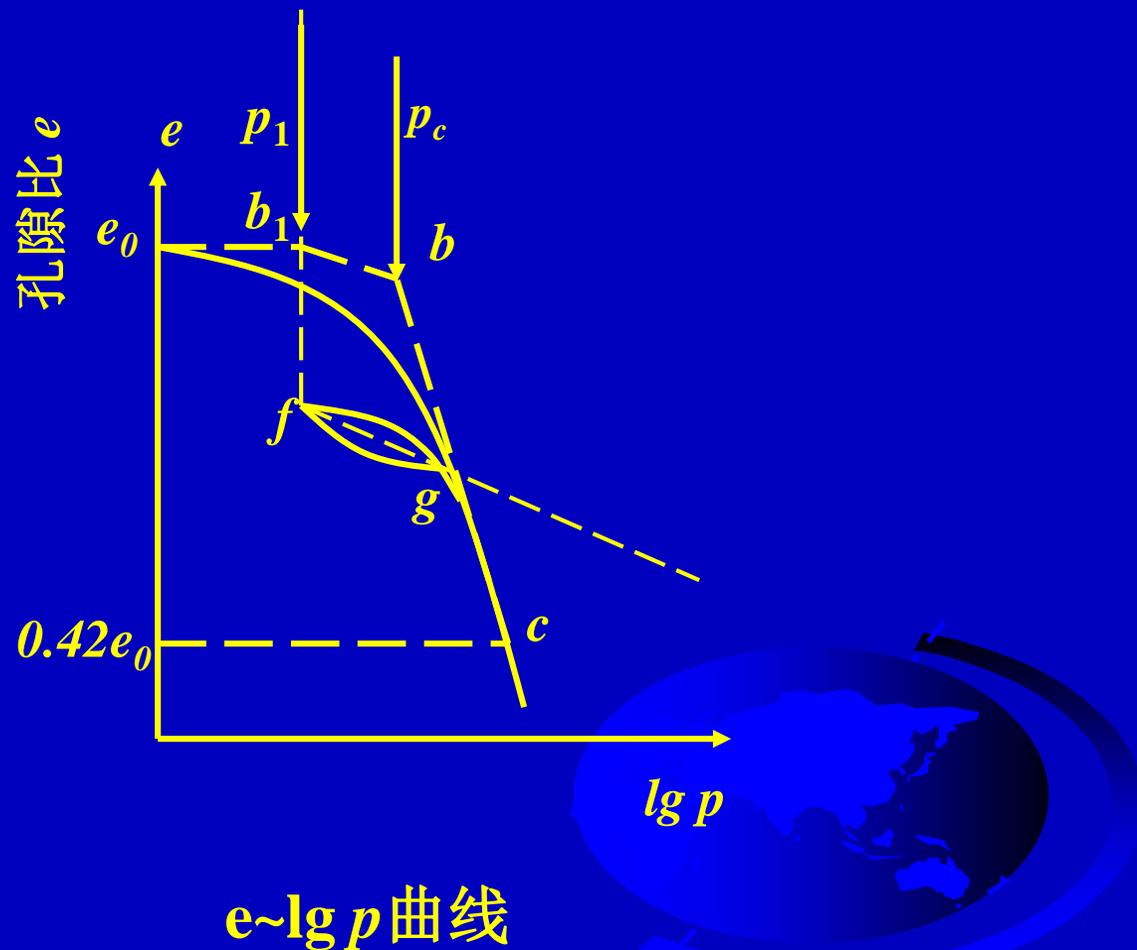
$$S = \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1} H = \frac{H}{1 + e_1} C_c (\lg p_1 - \lg p_2) = \frac{H}{1 + e_1} C_c \lg\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

超固结土 ($p_1 < p_c$)

- (1) 作室内 $e \sim \lg p$ 曲线及定 p_c ;
- (2) 作 e_0 线, 与 p_1 交于 b_1 点;
- (3) 作 $b_1b // fg$, 由 fg 线斜率得回弹指数 C_e ;
- (4) 作 $e = 0.42 e_0$ 线得 c 点;
- (5) 连 bc 线即为原始压缩曲线, 其直线段斜率为压缩指数 C_c 。

根据超固结程度, 分两种情况进行计算最终沉降量。

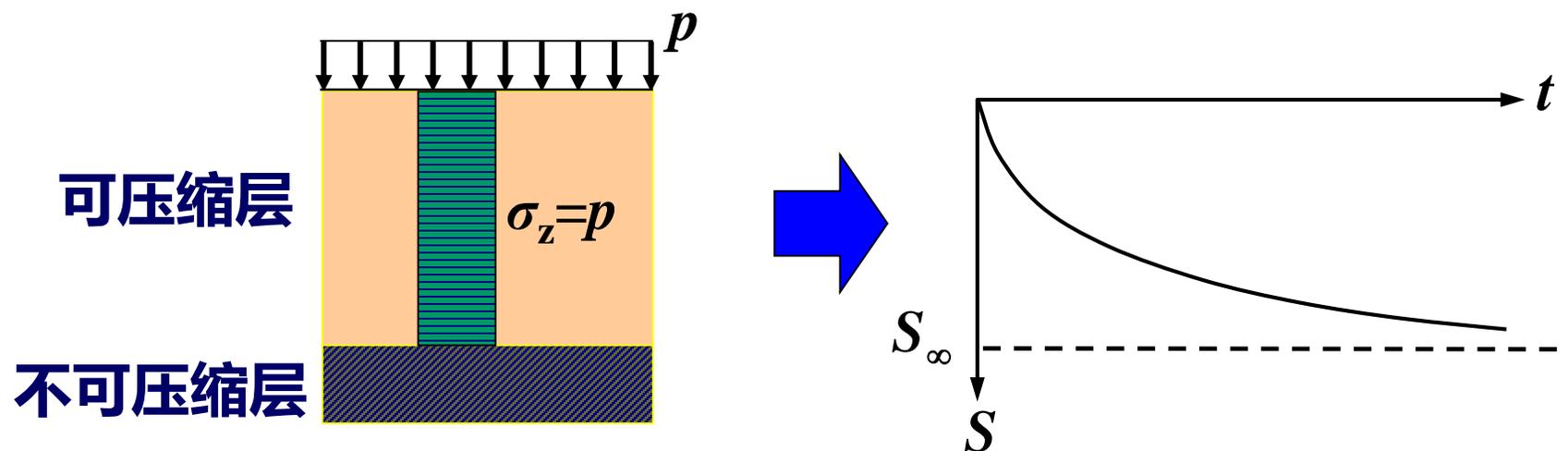
式 (4-38)、(4-40) p.152



§4.4 地基的变形与时间的关系



■ 沉降与时间之间的关系：饱和土层的渗流固结



问题：时刻 t ，地基固结沉降的速度和程度？
超静孔隙水压力的多少？

一维渗流固结

饱和土体的渗流固结理论

饱和黏性土在压力作用下，孔隙水将随时间的推移而逐渐被排出，同时孔隙水体积也随之缩小，这一过程称为饱和土的渗透固结。

☞ **饱和土一维渗流固结理论**
(Terzaghi渗流固结理论)

☞ **固结度的计算**

☞ **沉降 - 时间的工程问题**

饱和土体的渗流固结理论



■ 土力学的创始人Terzaghi教授于20世纪20年代提出饱和土的一维渗透固结理论

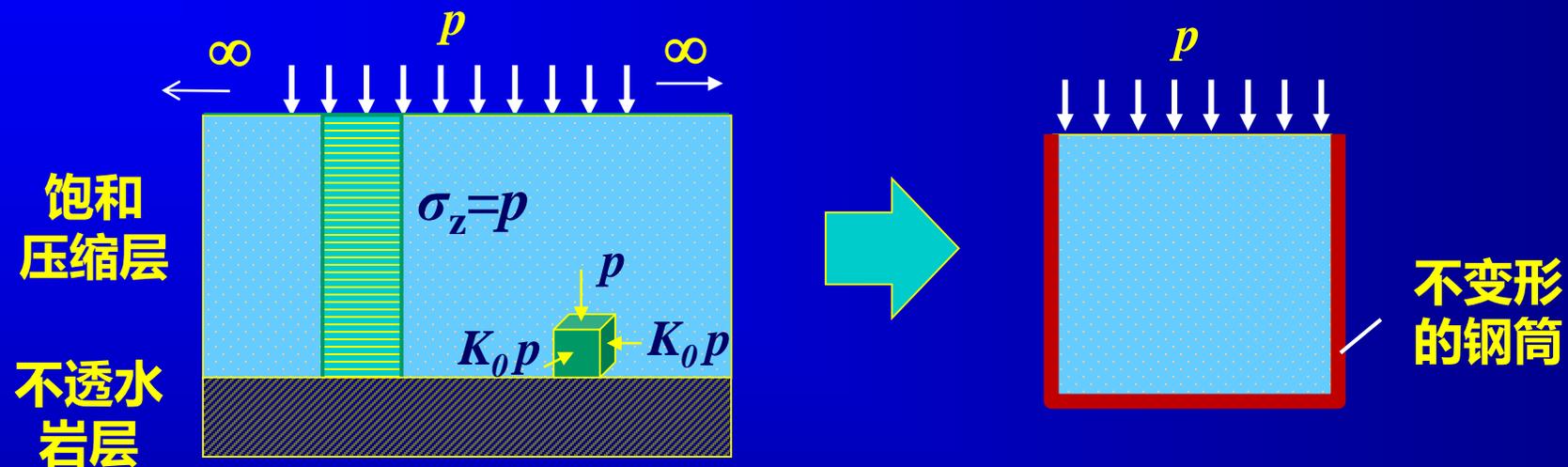
- 物理模型 - 太沙基一维渗透固结模型
- 数学模型 - 渗透固结微分方程
- 方程求解 - 理论解答
- 固结程度 - 固结度的概念

一维渗流固结理论



● 实践背景：大面积均布荷载

侧限状态的简化模型

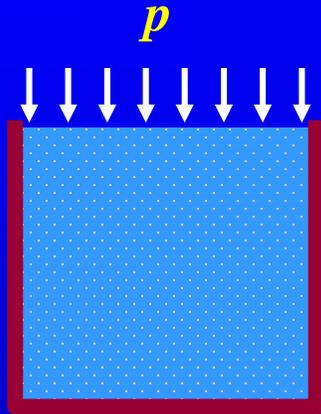


👉 处于侧限状态，渗流和土体的变形只沿竖向发生

Terzaghi一维渗流固结模型

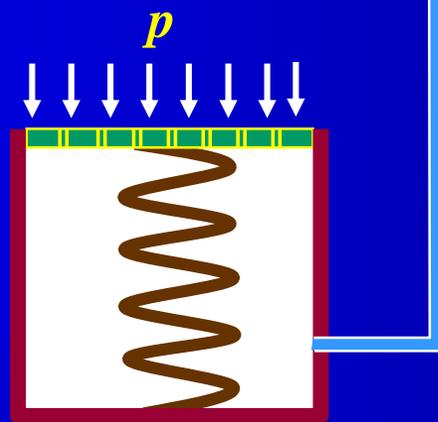


土体的固结



侧限条件
土骨架
孔隙水
排水顶面
渗透性大小

物理模型

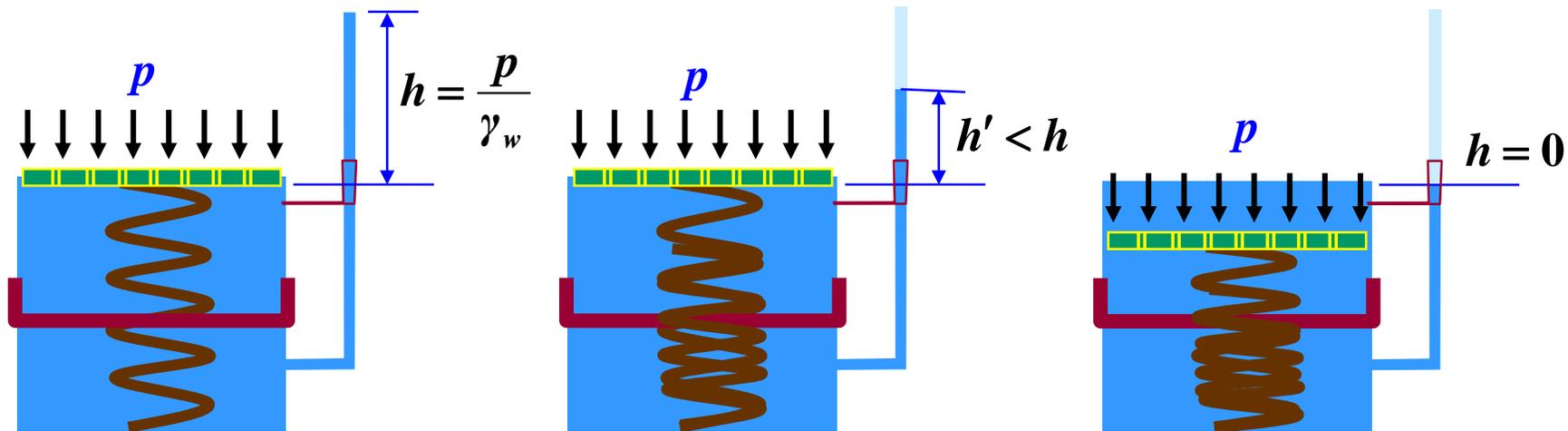


钢筒
弹簧
水体
带孔活塞
活塞孔径大小

弹簧活
塞模型

Terzaghi一维渗流固结模型





$t = 0$

附加应力: $\sigma_z = p$

超静孔压: $u = \sigma_z = p$

有效应力: $\sigma'_z = 0$

(水: 没有排出)

(弹簧: 没压缩)

$0 < t < \infty$

附加应力: $\sigma_z = p$

超静孔压: $u < p$

有效应力: $\sigma'_z > 0$

(水: 不断排出)

(弹簧: 压缩)

$t \rightarrow \infty$

附加应力: $\sigma_z = p$

超静孔压: $u = 0$

有效应力: $\sigma'_z = p$

(水: 不再排出)

(弹簧: 不再压缩)

Terzaghi—维渗流固结模型

渗透固结

(1) 饱和土的渗透固结概念：

饱和黏性土在压力作用下，孔隙水将随时间的迁延而逐渐被排出，同时孔隙水体积也随之缩小，这一过程称为饱和土的渗透固结。

(2) 饱和土的渗透固结的实质

饱和土的渗透固结过程就是随孔隙水压力的不断消散，孔隙水压力向有效力应力转化的过程，土体的强度不断增长。

任一时刻t，总应力 $\sigma = \sigma' + u$

◆ 基本假定

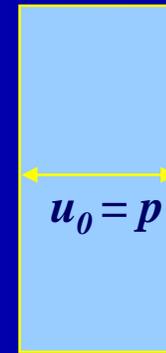
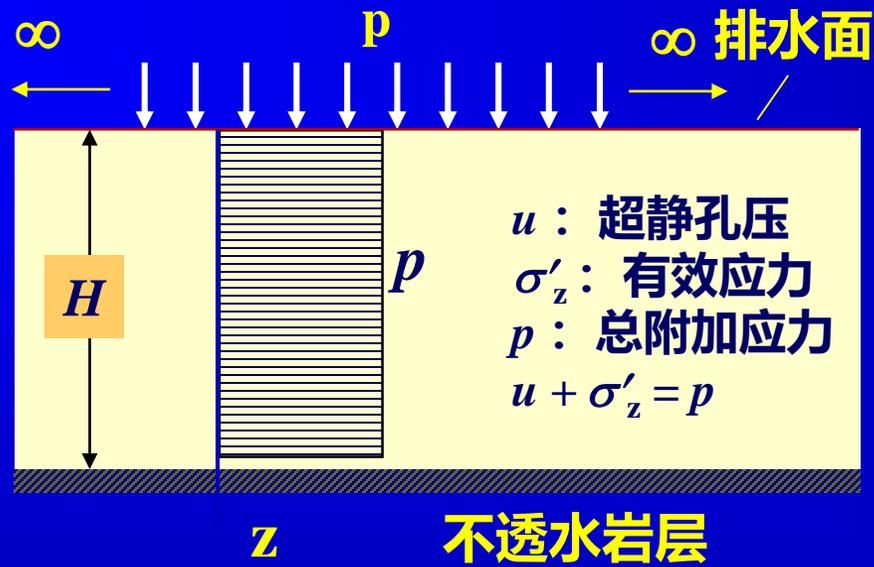
1. 土层是均质且完全饱和
2. 土颗粒与水不可压缩
3. 水的渗出和土层压缩只沿竖向发生
4. 渗流符合达西定律且渗透系数保持不变
5. 压缩系数 a 是常数
6. 荷载均布，瞬时施加，总应力不随时间变化

◆ 基本变量

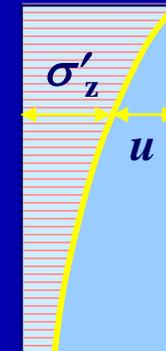


数学模型

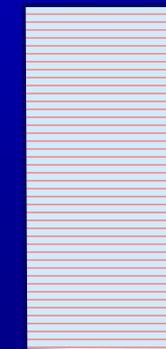




$t = 0$
 $u = p$
 $\sigma'_z = 0$



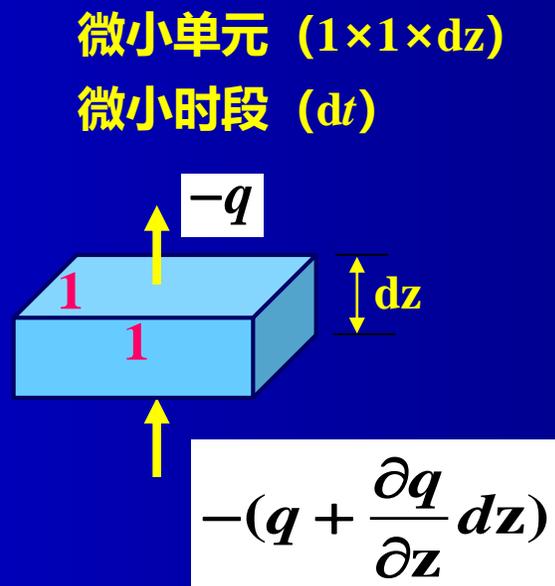
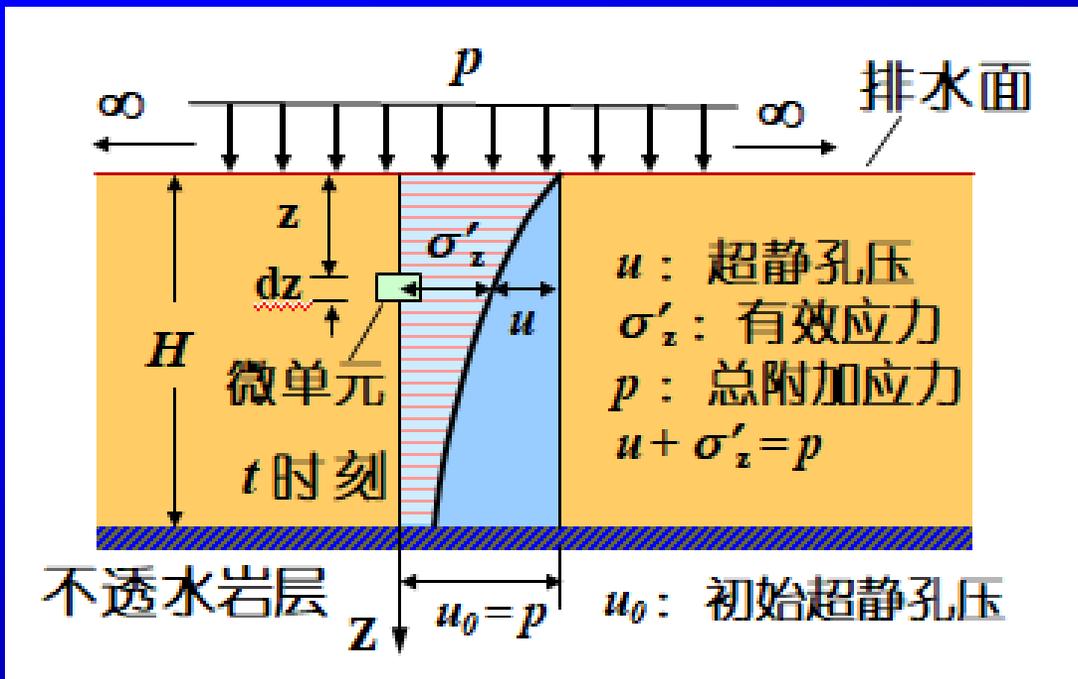
$0 < t < \infty$
 $u < p$
 $\sigma'_z > 0$



$t = \infty$
 $u = 0$
 $\sigma'_z = p$

土层超静孔压是 z 和 t 的函数，渗流固结的过程取决于土层可压缩性（总排水量）和渗透性（渗透速度）

数学模型



连续性
条件

土骨架的体积变化
= 孔隙体积的变化
= 流入流出水量差

- 土的压缩特性
- 有效应力原理
- 达西定律

渗流固结
基本方程

数学模型

微单元体积:

$$V = 1 \times 1 \times dz$$

固体体积:

$$V_1 = n \cdot e_1 = \frac{1}{1 + e_1} dz = \text{const}$$

孔隙体积:

$$V_2 = e V_1 = e \left(\frac{1}{1 + e_1} dz \right)$$

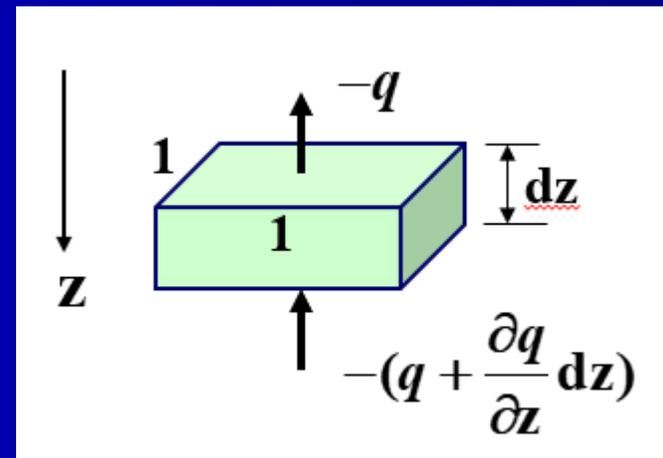
dt 时段内:

孔隙体积的变化 = 流出的水量

$$\frac{\partial V_2}{\partial t} dt = \left\{ -q - \left[- \left(q + \frac{\partial q}{\partial z} dz \right) \right] \right\} dt = \frac{\partial q}{\partial z} dz dt$$

$$\frac{1}{1 + e_1} \frac{\partial e}{\partial t} = \frac{\partial q}{\partial z}$$

数学模型



孔隙体积的变化 = 流出的水量

$$\frac{1}{1+e_1} \frac{\partial e}{\partial t} = \frac{\partial q}{\partial z}$$

达西定律:

$$q = Aki = ki = k \frac{\partial h_u}{\partial z} = \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z}$$

u - 超静孔压

孔隙体积的变化 = 土体积的变化

土的压缩性:

$$\Delta e = -a \Delta \sigma'_z$$

有效应力原理:

$$\sigma'_z = \sigma_z - u$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} = -a \frac{\partial \sigma'_z}{\partial t} = -a \frac{\partial (\sigma_z - u)}{\partial t} = a \frac{\partial u}{\partial t}$$

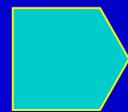
$$\therefore \frac{a}{1+e_1} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{k(1+e_1)}{\gamma_w a} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

数学模型



$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{k(1+e_1)}{\gamma_w a} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$



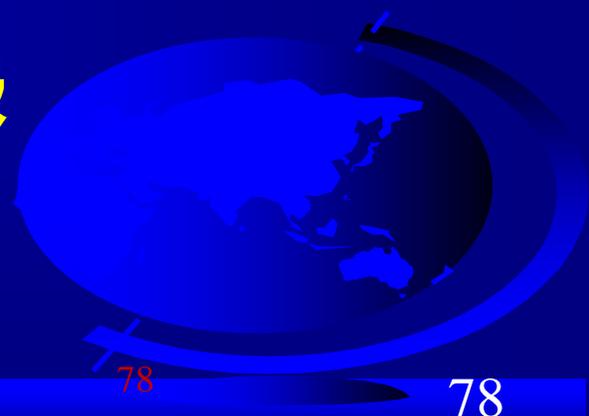
$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

👉 固结系数:

$$C_v = \frac{k(1+e_1)}{a\gamma_w}$$

- ◆ C_v 反映土的固结特性: 孔压消散的快慢 - 固结速度
- ◆ C_v 与渗透系数 k 成正比, 与压缩系数 a 成反比;
- ◆ 单位: cm^2/s ; m^2/year , 黏性土一般在 $10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$ 量级

数学模型



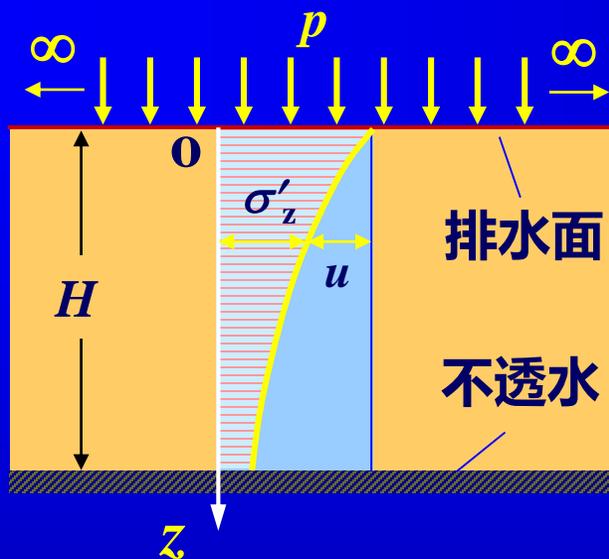
渗透固结微分方程:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

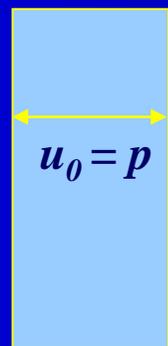
- 反映了超静孔压的消散速度与孔压沿竖向的分布有关
- 是一线性齐次抛物型偏微分方程式,
- 一般可用分离变量方法求解:
- 其一般解的形式为: $u(z,t) = (C_1 \cos Az + C_2 \sin Az)e^{-A^2 C_v t}$
- 只要给出定解条件, 求解渗透固结方程, 可得出 $u(z,t)$

方程求解 - 解题思路





初始条件

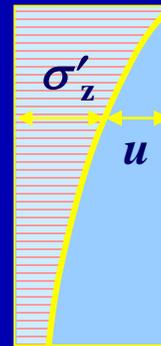


$t = 0$

$0 \leq z \leq H:$

$u = p$

边界条件



$0 < t < \infty$

$z=0: u=0$

$z=H: \partial u / \partial z = 0$



$t \rightarrow \infty$

$0 \leq z \leq H:$

$u=0$

u : 超静孔压
 σ'_z : 有效应力
 p : 总附加应力
 u_0 : 初始超静孔压

$\left. \begin{array}{l} u : \text{超静孔压} \\ \sigma'_z : \text{有效应力} \end{array} \right\} u + \sigma'_z = p$

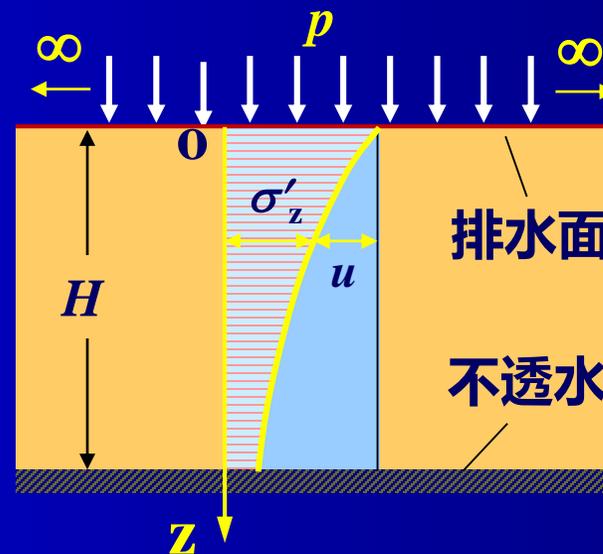
方程求解 - 边界条件



• 微分方程:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

• 初始条件和边界条件



• 方程的解:

$$u_{z,t} = \frac{4p}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \sin \frac{m\pi z}{2H} e^{-m^2 \frac{\pi^2}{4} T_v} \quad m = 1, 3, 5 \dots$$



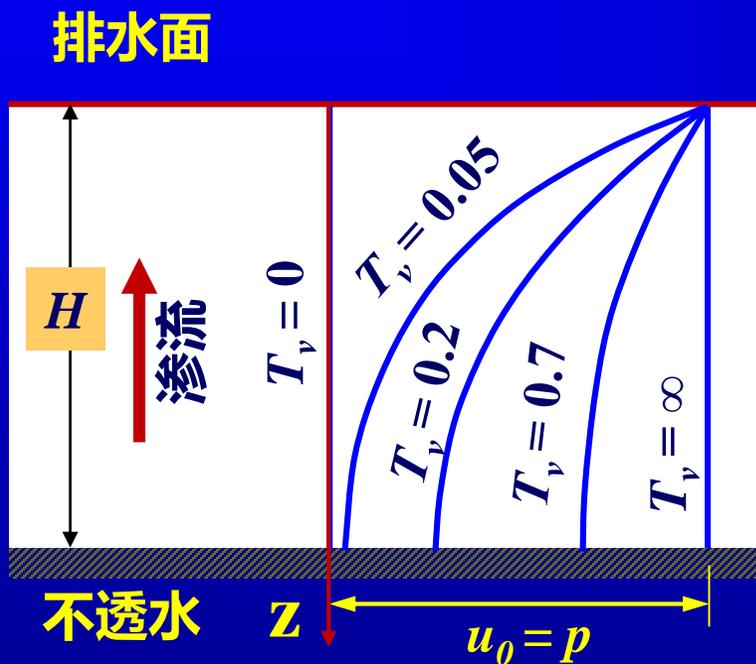
$$T_v = \frac{C_v}{H^2} t$$

为无量纲数, 称为时间因数,
反映超静孔压消散的程度

方程求解 - 方程的解

• 方程的解:

$$u_{z,t} = \frac{4p}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \sin \frac{m\pi z}{2H} e^{-m^2 \frac{\pi^2}{4} T_v} \quad m = 1, 3, 5 \dots$$



从超静孔压分布 $u-z$ 曲线的移动情况可以看出渗流固结的进展情况

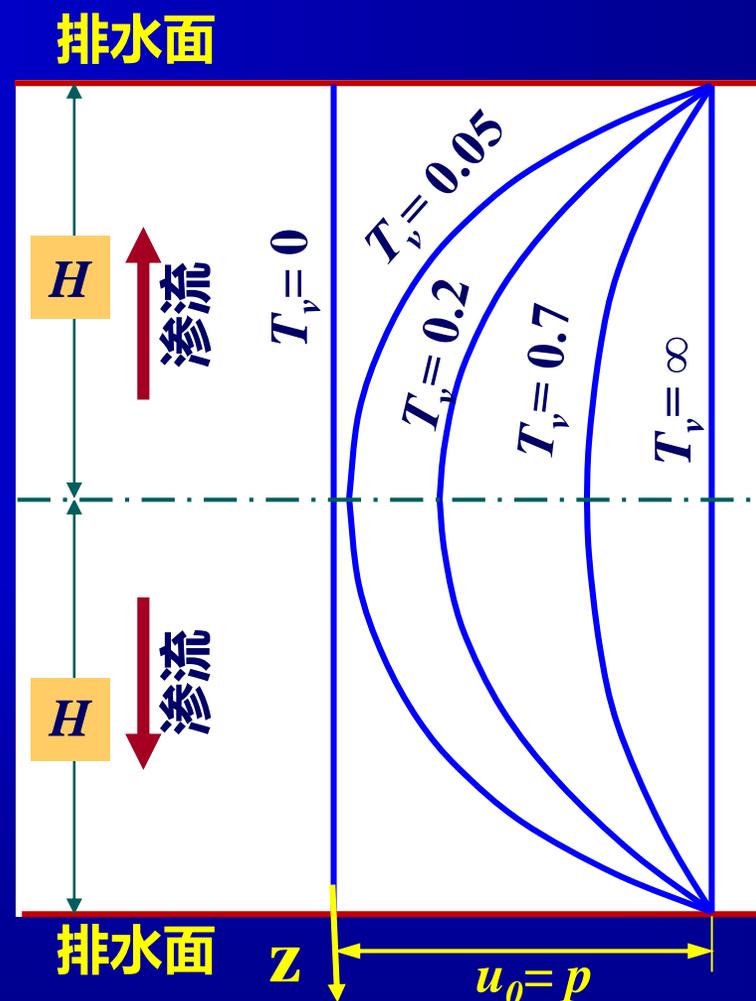
思考：两面排水时如何计算？

方程求解 - 固结过程



• 双面排水的情况

- ◆ 上半部和单面排水的解完全相同
- ◆ 下半部和上半部对称

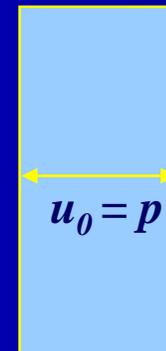
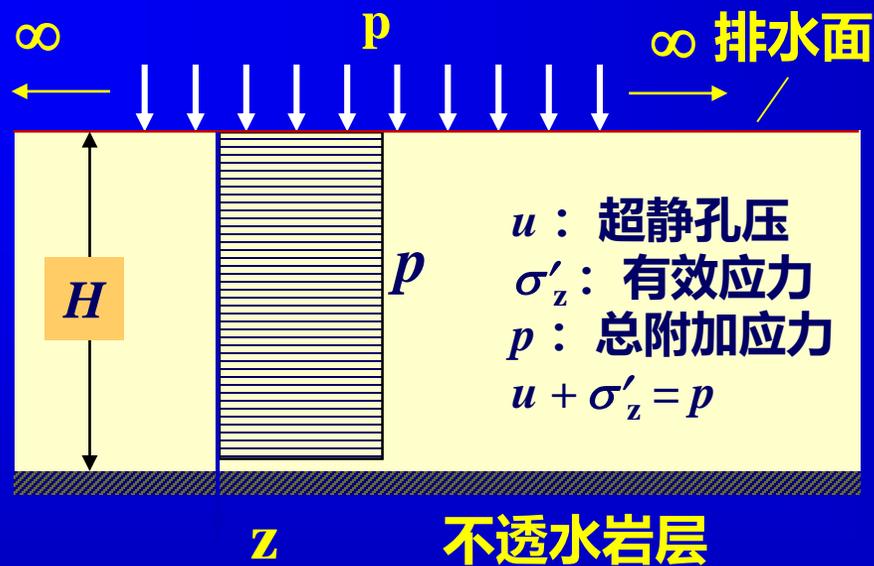


方程求解 - 固结过程

§4.4 地基的变形与时间的关系

固结度的概念

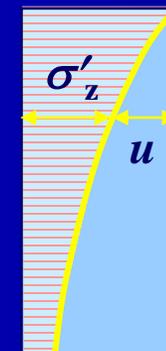




$t = 0$

$u = p$

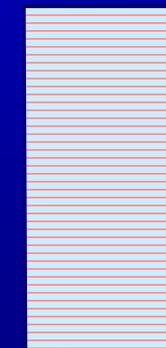
$\sigma'_z = 0$



$0 < t < \infty$

$u < p$

$\sigma'_z > 0$



$t = \infty$

$u = 0$

$\sigma'_z = p$

土层超静孔压是 z 和 t 的函数，渗流固结的过程取决于土层可压缩性（总排水量）和渗透性（渗透速度）

数学模型

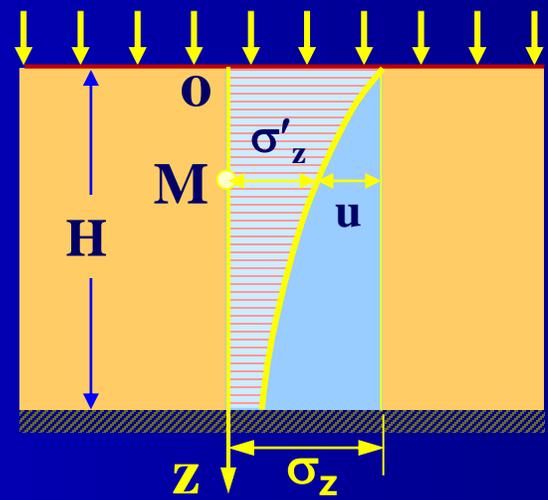


👉 地基中某一点M的固结度：

👉 其有效应力 $\sigma'_{z,t}$ 对总应力 σ_z 的比值

$$U_{z,t} = \frac{\sigma'_{z,t}}{\sigma_z} = \frac{\sigma_z - u_{z,t}}{\sigma_z} = 1 - \frac{u_{z,t}}{\sigma_z}$$

➡ $U_{z,t}=0\sim 1$ ：表征一点超静孔压的消散程度



👉 某一层土的平均固结度

$$U_t = \frac{\text{有效应力分布面积}}{\text{总应力分布面积}} = \frac{\int_0^H \sigma'_{z,t} dz}{\int_0^H \sigma_z dz} = 1 - \frac{\int u_{z,t} dz}{\int \sigma_z dz}$$

➡ $U_t = 0\sim 1$ ：表征一层土超静孔压的消散程度

平均固结度 U_t 与沉降量 S_t 之间的关系

t时刻:

$$U_t = \frac{\text{有效应力分布面积}}{\text{总应力分布面积}} = \frac{\int \sigma'_{z,t} dz}{\int \sigma_z dz} = \frac{\int \frac{a\sigma'_{z,t}}{1+e_1} dz}{\frac{a\sigma_z}{1+e_1} H} = \frac{S_t}{S_\infty}$$

固结度等于t时刻的沉降量与最终沉降量之比

$$U_t = \frac{S_t}{S_\infty}$$

确定沉降过程 S_t 的关键是确定 U_t

确定 U_t 的核心问题是确定 $u_{z,t}$

$$S_t = U_t \cdot S_\infty$$

固结度的概念

均布荷载单向排水

$$U_t = 1 - \frac{\int_0^H u_{z,t} dz}{\int_0^H \sigma_z dz}$$

• 一般解:

$$U_t = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} e^{-m^2 \left(\frac{\pi^2}{4}\right) T_v}$$

• 图表解: P160, 图4.28, 曲线①

• 近似解:

$$U_t = 1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-\frac{\pi^2}{4} T_v}$$

• P158

• 简化解

$$\begin{cases} T_v = \pi U_t^2 / 4 & (U_t < 0.6) \\ T_v = -0.933 \cdot \lg(1 - U_t) - 0.085 & (U_t > 0.6) \\ T_v \approx 3U_t & (U_t = 1) \end{cases}$$

U_t 是 T_v 的单值函数, T_v 可反映固结的程度

地基的平均固结度计算

- U_t 土层固结的快慢 $\rightarrow T_v$ 的单值函数

时间因数: $T_v = \frac{C_v}{H^2} t$

固结系数:

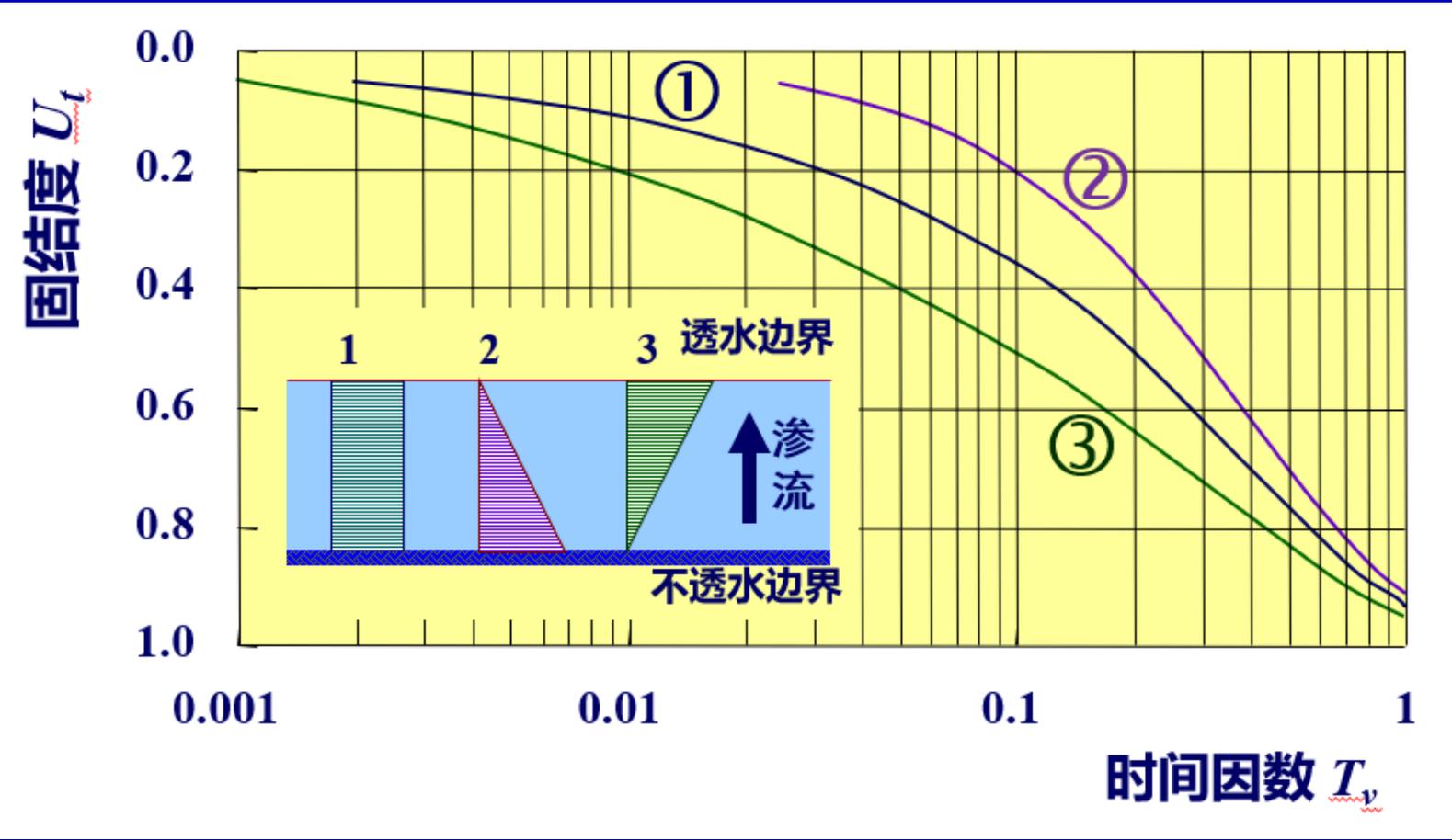
$$C_v = \frac{k(1+e_1)}{a\gamma_w}$$



地基的平均固结度计算



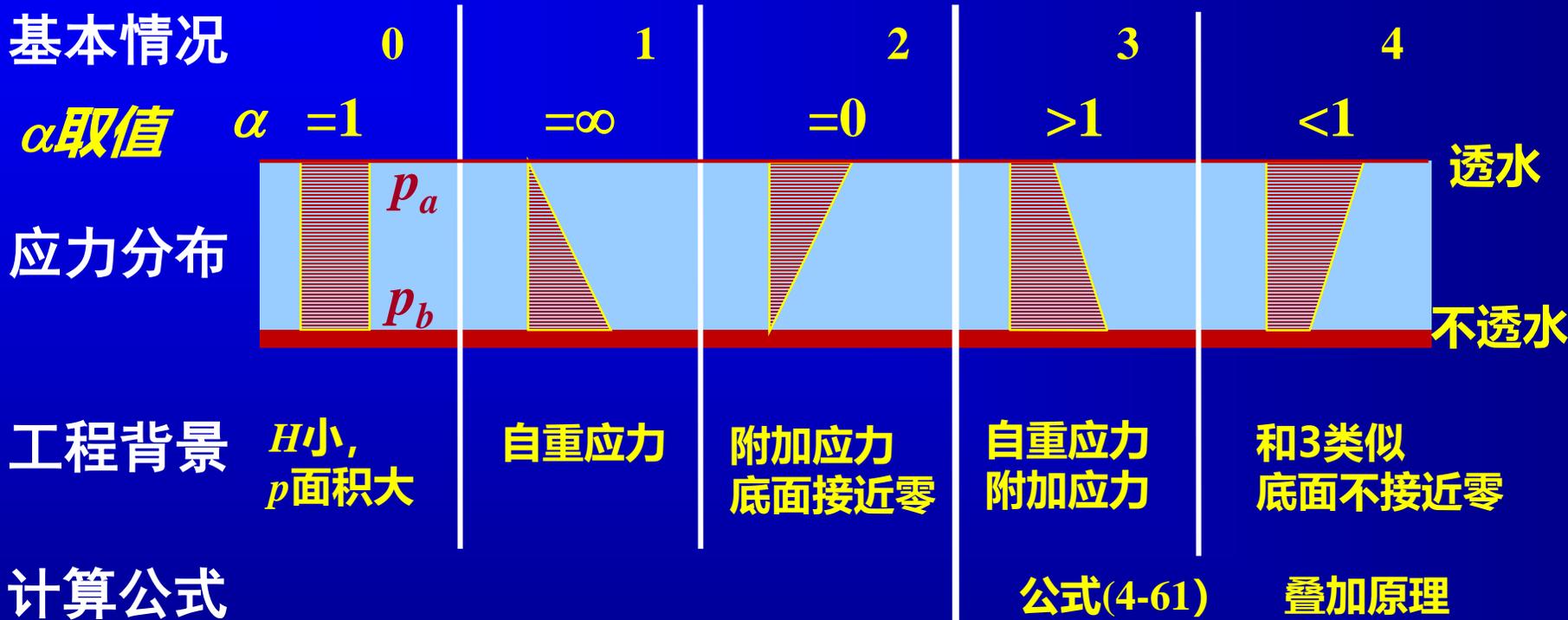
👉 三种基本情况



地基的平均固结度计算

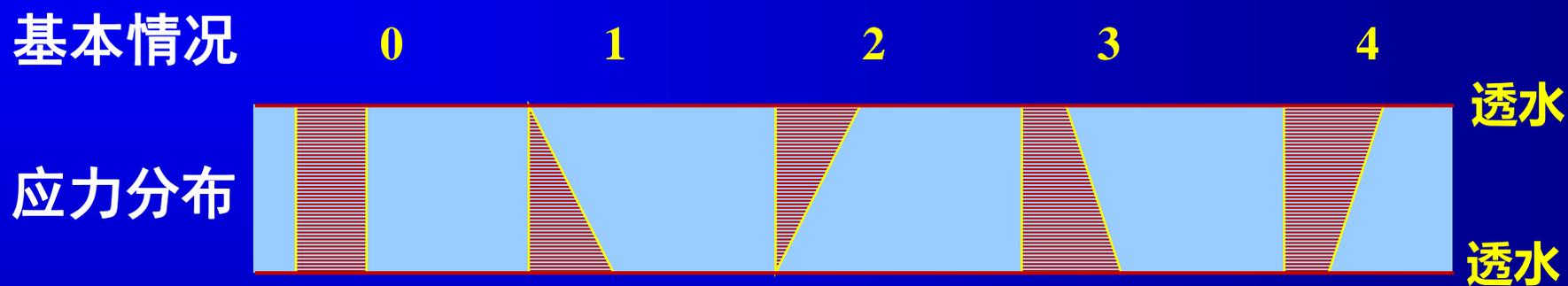
$$\alpha = \frac{\text{透水面上的压缩应力}}{\text{不透水面上的压缩应力}}$$

(1) 压缩应力分布不同时



地基的平均固结度计算

(2) 双面排水时



☞ 无论哪种情况，均按情况1计算

☞ 压缩土层深度 H 取1/2值

$$T_v = \frac{C_v}{H^2} t$$



地基的平均固结度计算

$$U_z = 1 - \frac{8}{\pi^2} \exp(-\pi^2 T_v / 4)$$

$$T_v = \frac{c_v}{H^2} t \quad c_v = \frac{k(1+e)}{a\gamma_w}$$

$$\frac{c_v}{H_1^2} t_1 = \frac{c_v}{H_2^2} t_2$$



$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{H_1^2}{H_2^2}$$

结论1：土质相同、厚度不同土层，荷载和排水条件相同时，达到相同固结度所需时间之比等于排水距离平方之比

■ **结论2：对于同一地基情况，将单面排水改为双面排水，要达到相同的固结度，所需历时应减少为原来的1/4。**

有关沉降—时间的工程问题

- 👉 求某一时刻 t 的固结度与沉降量
- 👉 求达到某一固结度所需要的时间



■求某一时刻 t 的固结度与沉降量

t

$$T_v = C_v t / H^2$$

$$U_t = 1 - \frac{8}{\pi^2} e^{-\frac{\pi^2}{4} T_v}$$

$$S_t = U_t S_\infty$$

有关沉降—时间的工程问题



■ 求达到某一沉降量(固结度)所需要的时间

$$U_t = S_t / S_\infty$$



从 U_t 查表 (计算) 确定 T_v



$$t = \frac{T_v H^2}{C_v}$$

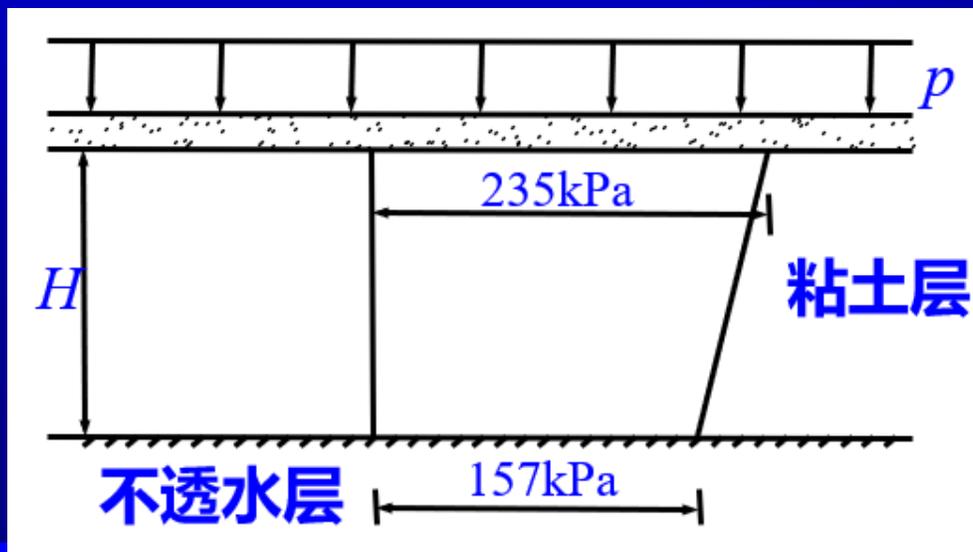
有关沉降—时间的工程问题



6、例题分析

【例】厚度 $H=10\text{m}$ 黏土层，上覆透水层，下卧不透水层，其压缩应力如下图所示。黏土层的初始孔隙比 $e_1=0.8$ ，压缩系数 $a=0.00025\text{kPa}^{-1}$ ，渗透系数 $k=0.02\text{m/年}$ 。试求：

- ① 加荷一年后的沉降量 S_t
- ② 地基固结度达 $U_t=0.75$ 时所需要的历时 t
- ③ 若将此黏土层下部改为透水层，则 $U_z=0.75$ 时所需历时 t



【解答】

■ 1. 当 $t=1$ 年的沉降量

地基最终沉降量

$$S = \frac{a}{1+e_1} \sigma_z H = \frac{0.00025 \times \frac{(235+157)}{2} \times 10}{1+0.8} \sigma_z H = 272.2mm$$

固结系数

$$c_v = \frac{k(1+e_1)}{a\gamma_w} = 14.4m^2 / 年$$

时间因素

$$T_v = \frac{c_v}{H^2} t = 0.144$$

$$\alpha = \frac{235}{157} = 1.5$$

查图表得到 $U_t=0.45$

加荷一年的沉降量

$$S_t = U_z S = 123mm$$



- 2. 当 $U_z=0.75$ 所需的历时 t

由 $U_t=0.75, \alpha=1.5$ 查图得到 $T_v=0.47$

$$t = \frac{T_v H^2}{c_v} = 3.3 \text{年}$$

- 3. 双面排水时, $U_z=0.75$ 所需历时

由 $U_z=0.75, \alpha=1, H=5\text{m}$ 查

图得到 $T_v=0.49$

$$t = \frac{T_v H^2}{c_v} = 0.85 \text{年}$$



例：某饱和黏土层的厚度为10m，在大面积荷载 $p_0=120\text{kPa}$ 作用下，土层初始孔隙比 $e_1=1.0$ ，压缩系数 $a=0.3\text{MPa}^{-1}$ ，渗透系数 $k=18\text{mm/y}$ 。按单面和双面排水条件下分别求：

- (1) 加荷一年后的沉降量；
- (2) 沉降量达到140mm所需要的时间

解 (1) $t=1\text{y}$ 时的沉降量

黏土层的最终沉降量

$$s = \frac{a}{1+e} \sigma_z H = \frac{3 \times 10^{-4}}{1+1} \times 120 \times 10^3 \times 10 = 180\text{mm}$$

竖向固结系数

$$C_v = \frac{k(1+e)}{a\gamma_w} = \frac{1.8 \times 10^{-2} \times (1+1)}{3 \times 10^{-4} \times 10} = 12\text{m}^2/\text{y}$$

单面排水，时间因素

$$T_v = \frac{C_v t}{H^2} = \frac{12 \times 1}{10^2} = 0.12$$

查表得固结度 $U_t=40\%$ ，则 $S_t=U_t \cdot S=0.4 \times 180=72\text{mm}$

双面排水，排水距离取土层厚度一半，时间因素：

$$T_v = \frac{C_v t}{H^2} = \frac{12 \times 1}{5^2} = 0.48$$

查表得到固结度 $U_t=75\%$ ，加荷1年后的沉降量为

$$S_t = 0.75 \times 180 = 135\text{mm}$$

(2) 求沉降量达到140mm所需要的时间：

$$U_t = \frac{S_t}{S} = \frac{140}{180} = 0.78 \rightarrow T_v = 0.53$$

单面排水

$$t = \frac{T_v H^2}{C_v} = \frac{0.53 \times 10^2}{12} = 4.4\text{y}$$

双面排水

$$t = \frac{T_v H^2}{C_v} = \frac{0.53 \times 5^2}{12} = 1.1\text{y}$$

☞ 土的压缩特性测试方法:

- 侧限压缩试验

☞ 一维压缩性及其指标:

- $e-p$ 、 $e-\lg p$ 曲线
- 先期固结压力
- 原位压缩曲线及再压缩曲线

☞ 地基的最终沉降量计算:

- 地基最终沉降量分层总和法
- 地基沉降计算的若干问题

☞ 饱和土体的渗流固结理论:

- 一维渗流固结理论
- 固结度的计算

小 结

