

第3章 土体中的应力计算

主讲：刘勇健



第3章 土体中的应力计算

◇ 本章提要

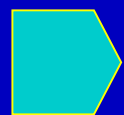
- 土中的应力计算
- 土中自重应力
- 土中附加应力
- 基底压力

◇ 学习要点

- 土体应力计算-弹性理论
- 有效应力原理

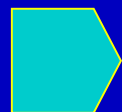


强度问题
变形问题



应力状态及应力应变关系

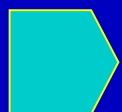
自重应力



修建筑物以前，地基中由
土体重量所产生的应力

基底压力计算

附加应力



建筑物重量等外荷载在地
基中引起的应力增量

有效应力原理

土体中的应力计算



第3章：土体中的应力计算

§3.1 地基中的应力状态

§3.2 土中自重应力计算

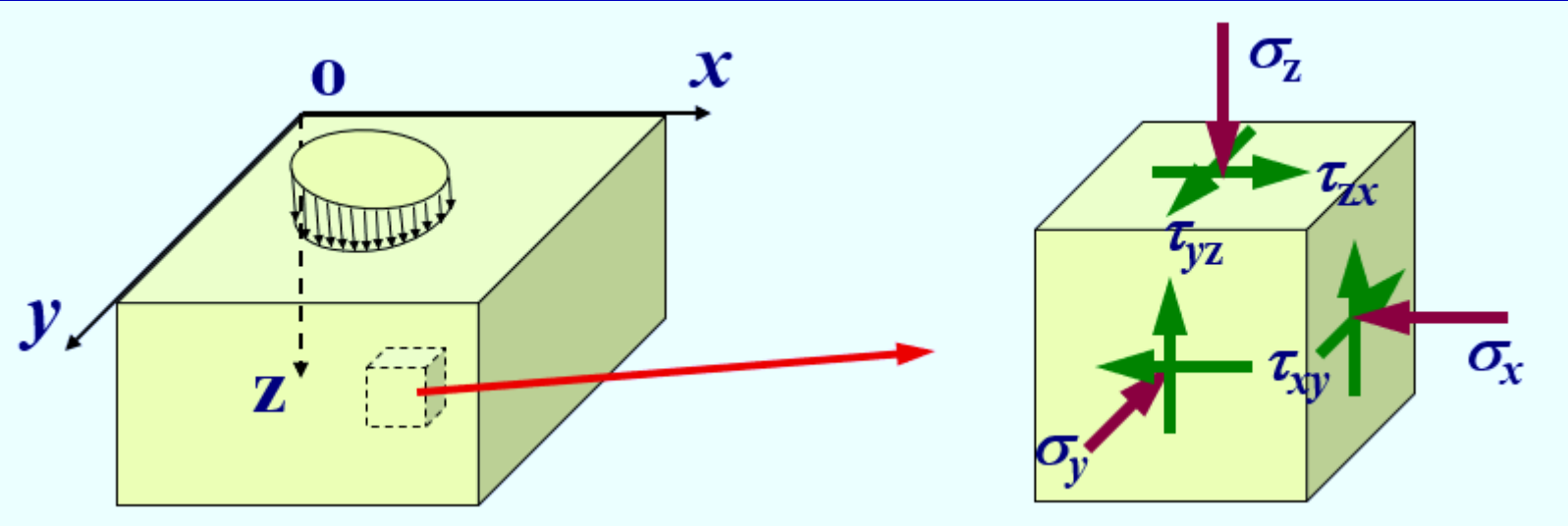
§3.3 地基中的附加应力计算

§3.4 基底压力计算

§3.5 有效应力原理



■ 三维应力状态（一般应力状态）



$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2} \gamma_{xy} & \frac{1}{2} \gamma_{xz} \\ \frac{1}{2} \gamma_{xy} & \varepsilon_y & \frac{1}{2} \gamma_{yz} \\ \frac{1}{2} \gamma_{xz} & \frac{1}{2} \gamma_{yz} & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

地基中的应力状态（1）

■ 三维应力状态（三轴应力状态）

✧ 应变条件

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0$$

✧ 应力条件

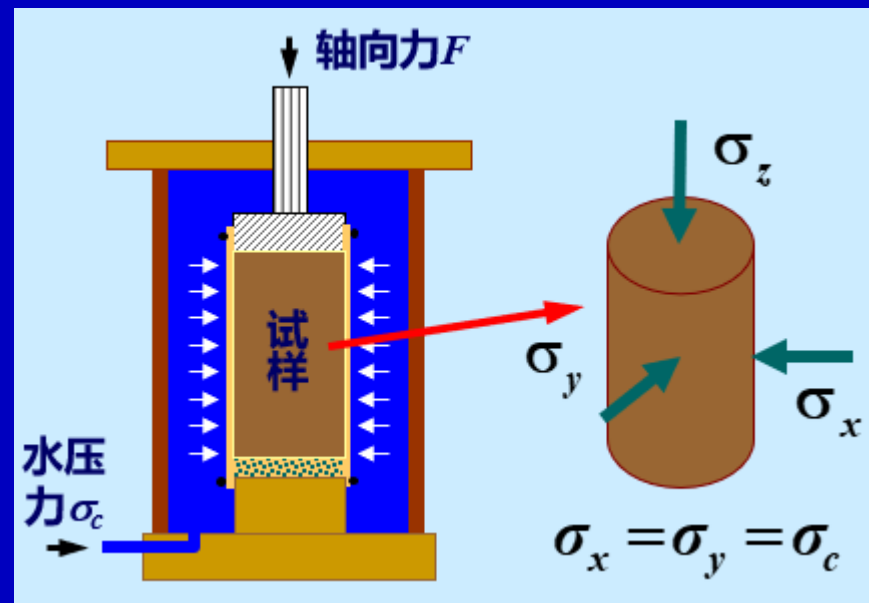
$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_c$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$$

✧ 独立变量

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_c; \sigma_z$$

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y; \varepsilon_z$$

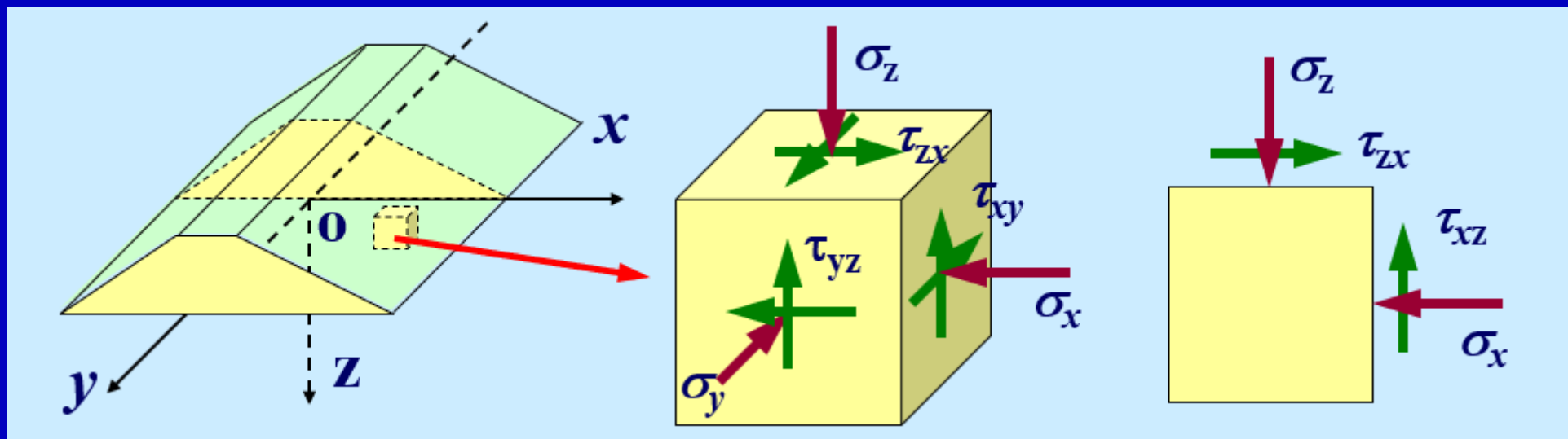


$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_c & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_c & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

地基中的应力状态（1）

■ 二维应力状态（平面应变状态）



- 垂直于y轴断面的几何形状与应力状态相同
- 沿y方向有足够长度, $l/b \geq 10$
- 在x, z平面内可以变形, 但在y方向没有变形

地基中的应力状态（2）

➡ $\varepsilon_y = 0$

$\gamma_{yx} = \gamma_{yz} = 0$

■ 二维应力状态（平面应变状态）

- 应变条件

$$\varepsilon_y = 0$$
$$\gamma_{yx} = \gamma_{yz} = 0$$

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & \frac{1}{2} \gamma_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} \gamma_{xz} & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

- 应力条件

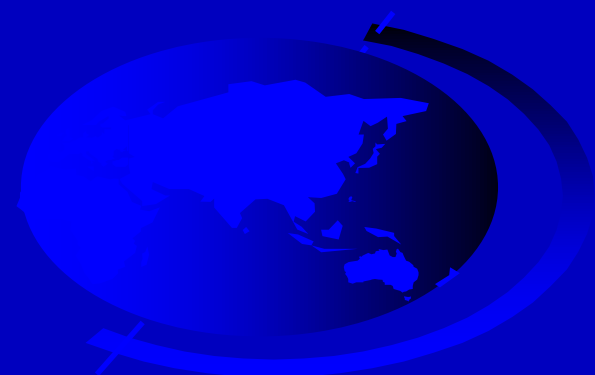
$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_z) = 0$$
$$\sigma_y = \nu (\sigma_x + \sigma_z)$$

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & \tau_{xz} \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ \tau_{zx} & 0 & \sigma_z \end{bmatrix}$$

- 独立变量

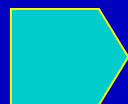
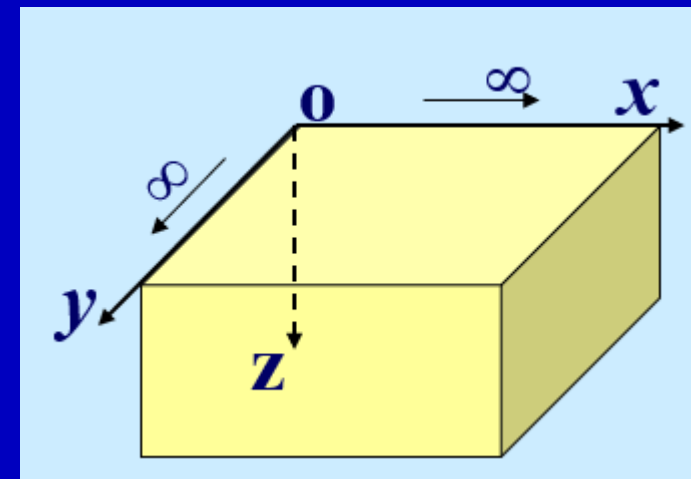
$$\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz}; \quad \varepsilon_x, \varepsilon_z, \gamma_{xz}; \quad \delta_x, \delta_z$$

地基中的应力状态（2）



■ 侧限应力状态：指侧向应变为零的一种应力状态

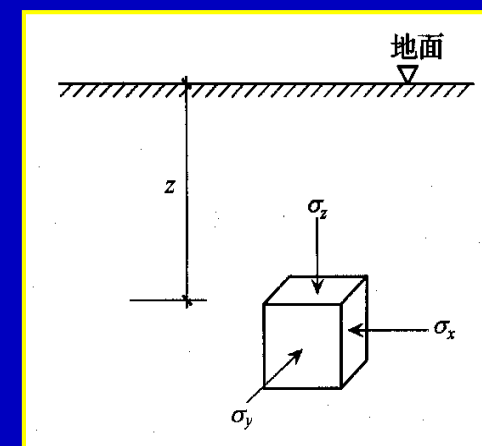
- 水平地基→半无限空间体
- 土质点或土单元→侧限应变条件
- 任何竖直面都是对称面



应变条件

$$\varepsilon_y = \varepsilon_x = 0$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0$$



地基中的应力状态 (3)

■ 侧限应力状态：侧向应变为零的一种应力状态

✧ 应变条件

$$\varepsilon_y = \varepsilon_x = 0$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0$$

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

✧ 应力条件

$$\tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$$

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_y + \sigma_z) = 0$$

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_z = K_0 \sigma_z$$

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix}$$

✧ 独立变量

$$\sigma_z; \quad \varepsilon_z = f(z)$$

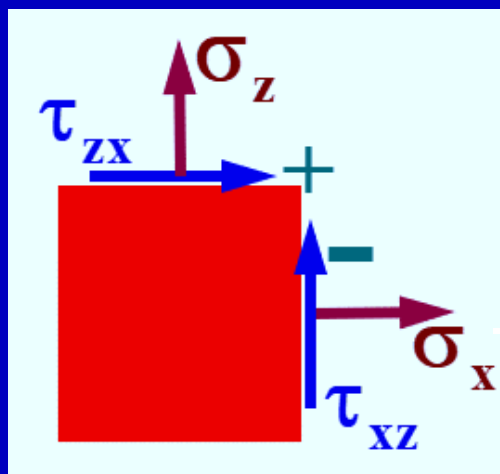
侧压力系数

地基中的应力状态 (3)



莫尔圆应力分析

材料力学



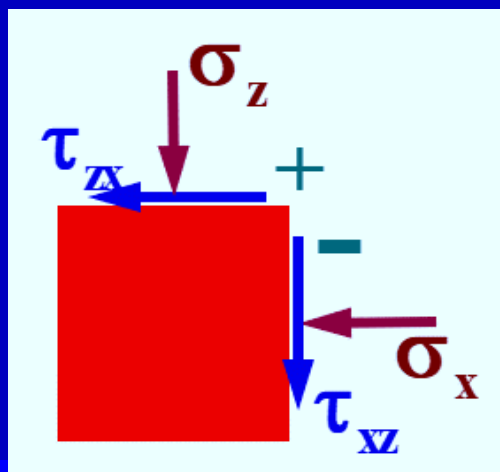
正应力

剪应力

拉为正
压为负

顺时针为正
逆时针为负

土力学



压为正
拉为负

逆时针为正
顺时针为负

§3.2 土中自重应力计算

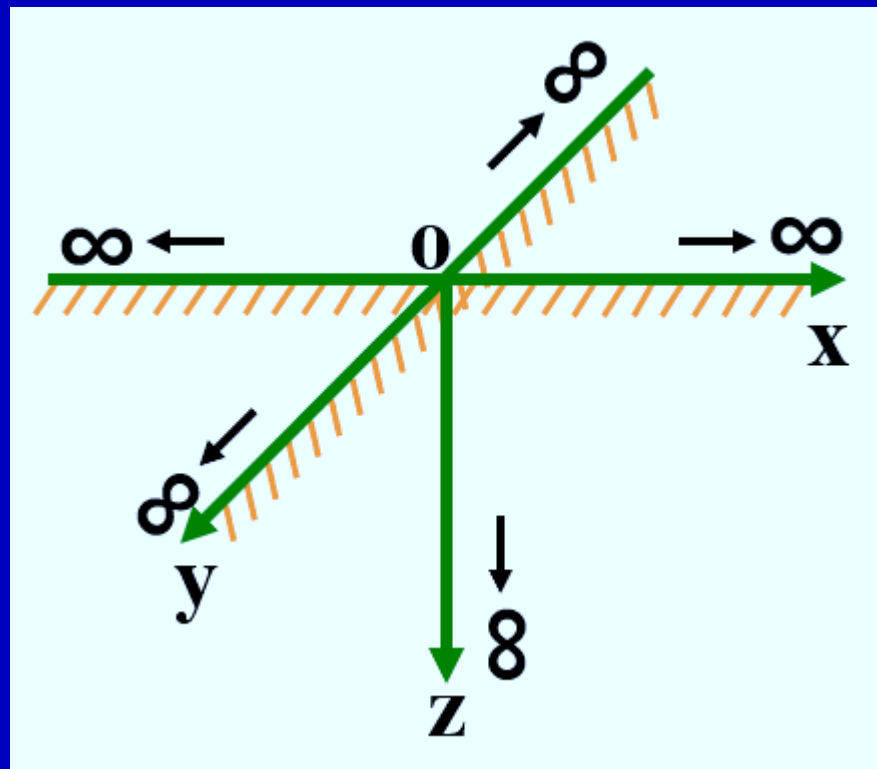


- **定义：** 在修建建筑物以前，地基中由土体本身的有效重量而产生的应力
- **目的：** 确定土体的初始应力状态
- **假定：** 水平地基 → 半无限空间体 → 半无限弹性体
有侧限应变条件 → 一维问题
- **计算：**
 1. 计算总应力
 2. 孔隙水压力
 3. 有效应力

地基的自重应力



地基：半无限空间



一、应力—应变关系假设

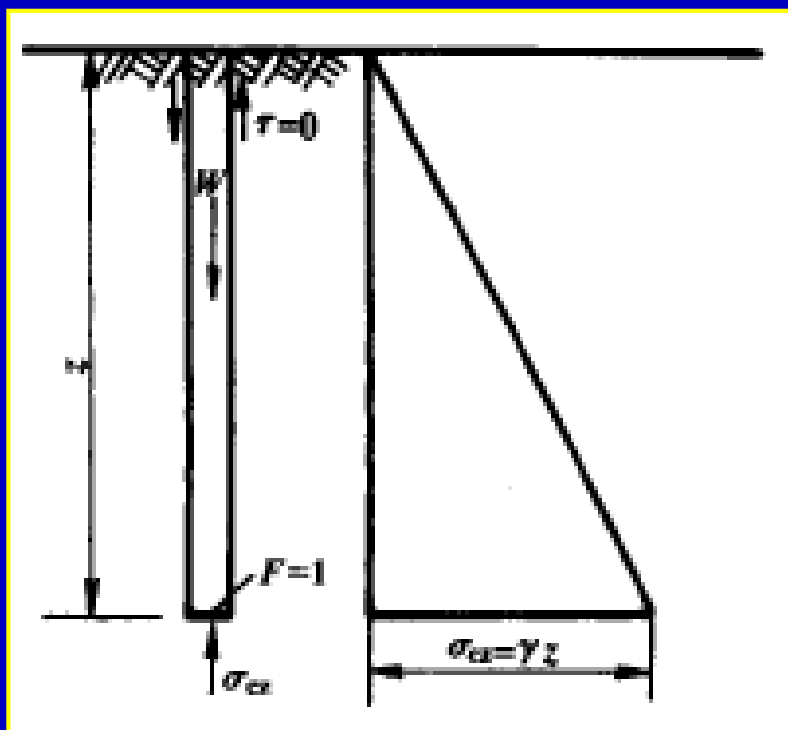
目前计算地基中的应力时，常假设

- (1) 均质、连续介质
- (2) 各向同性体
- (3) 半无限空间弹性体

实际上土是各向异性的、弹塑性体

土中自重应力计算

均质土自重应力计算公式



隔离柱体平衡条件：

$$\sigma_{cz} F = W = \gamma z F$$



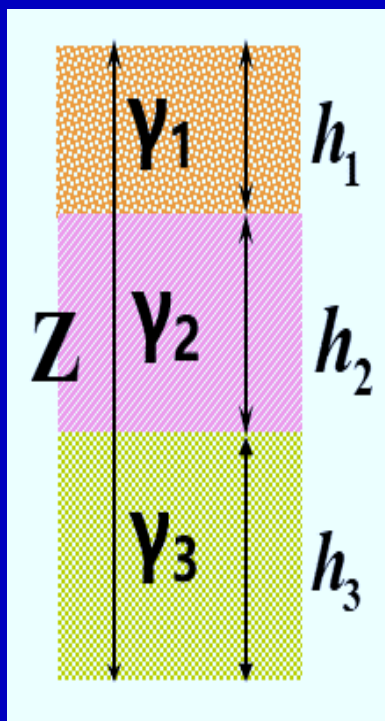
$$\sigma_{cz} = \gamma z$$

γ ——天然重度

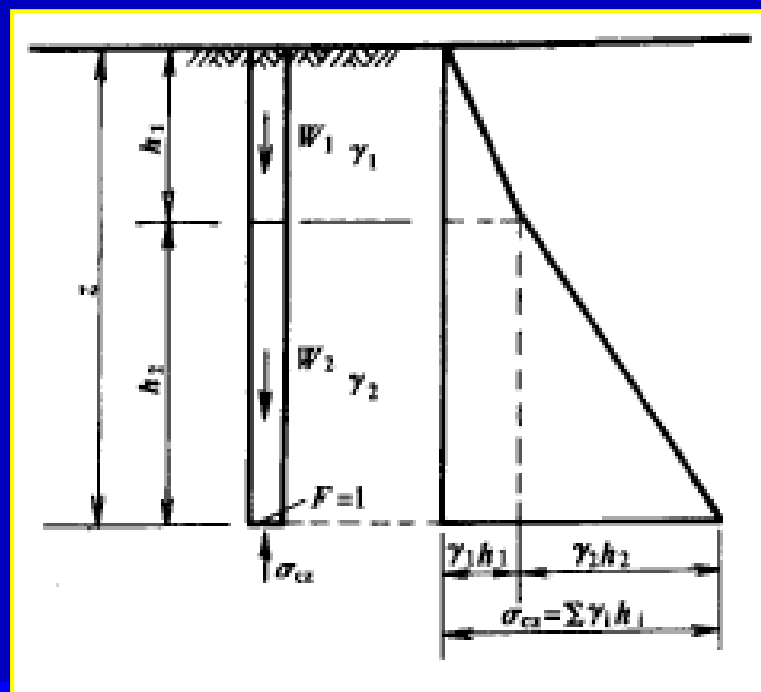
◆均质土自重应力随深度呈线性增加，呈三角形分布。

土中自重应力计算

成层土自重应力计算公式



$$\sigma_{cz} = \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \cdots + \gamma_n h_n = \sum_{i=1}^n \gamma_i h_i$$

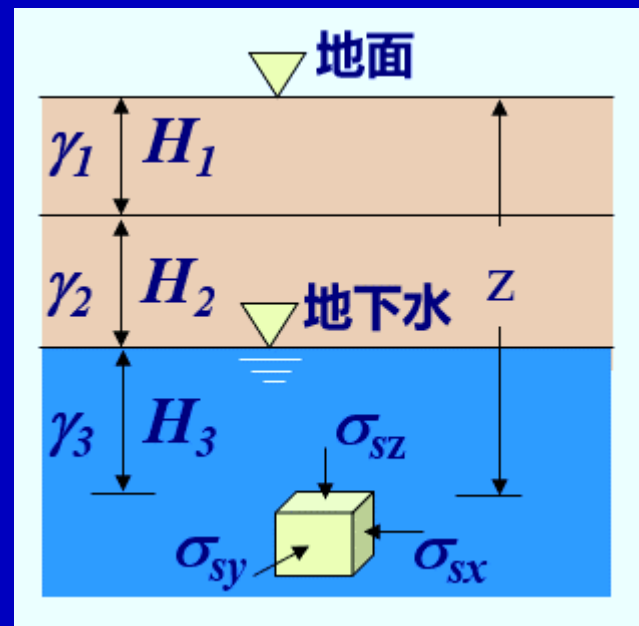


- 竖直向总应力：等于单位面积上土柱和水柱的总重量

$$\sigma_{sz} = \sum \gamma_i H_i$$

👉 γ_i 取值：

- 非饱和土用天然容重 γ
- 饱和土用饱和容重 γ_{sat}
- 纯水部分用水的容重 γ_w



自重应力计算基本方法



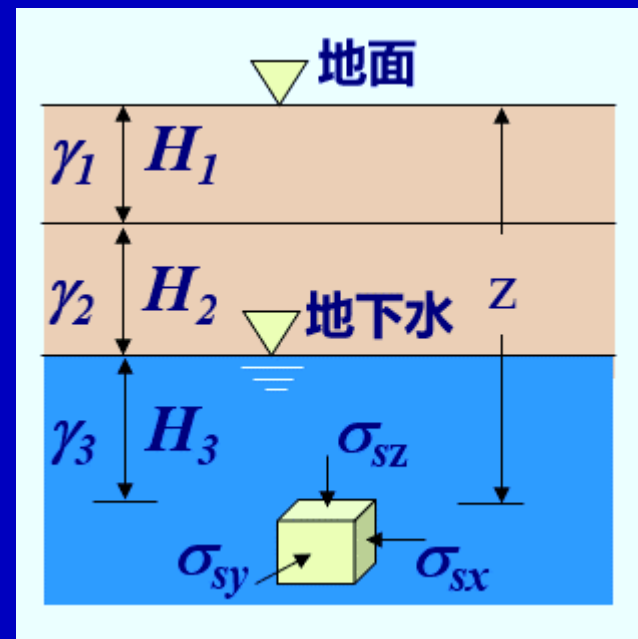
■ 水平向自重应力:

$$\sigma_{sx} = \sigma_{sy} = K_0 \sigma_{sz}$$

$$K_0 = \frac{\nu}{1 - \nu}$$

- 👉 K_0 为静土压力系数,
- 👉 一般表示有效竖向与横向自重应力间的关系

自重应力计算基本方法

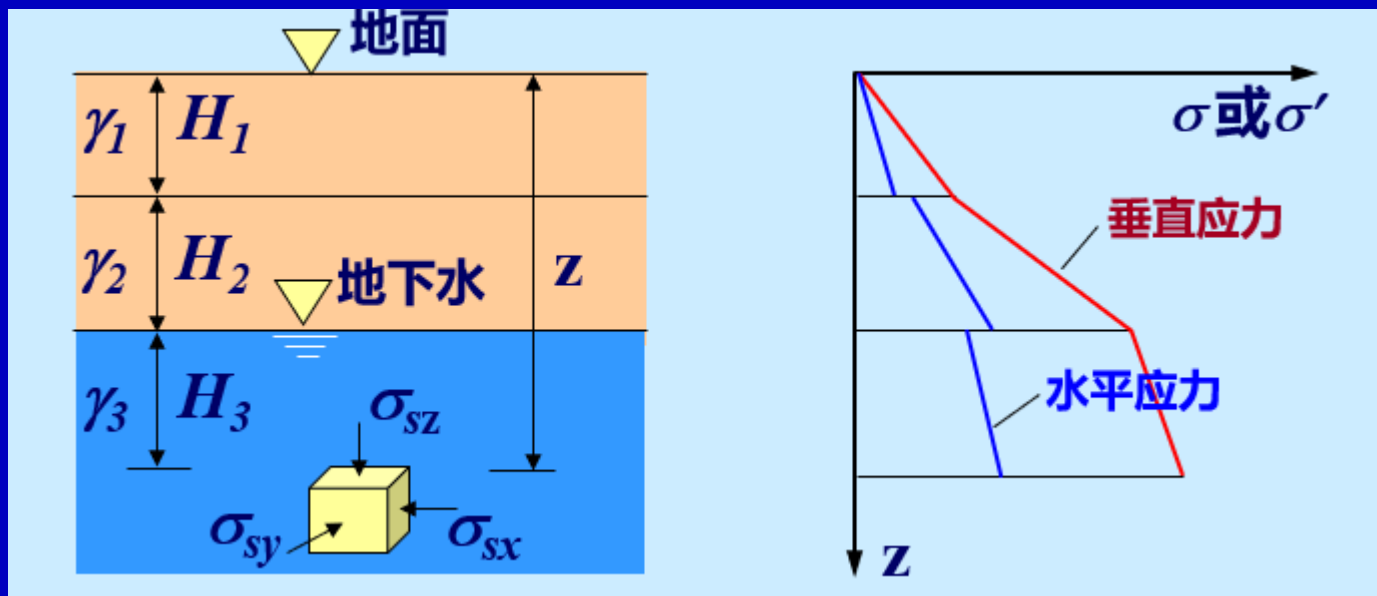


$$\sigma_{cz} = \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \cdots + \gamma_n h_n = \sum_{i=1}^n \gamma_i h_i$$

■ 分布规律

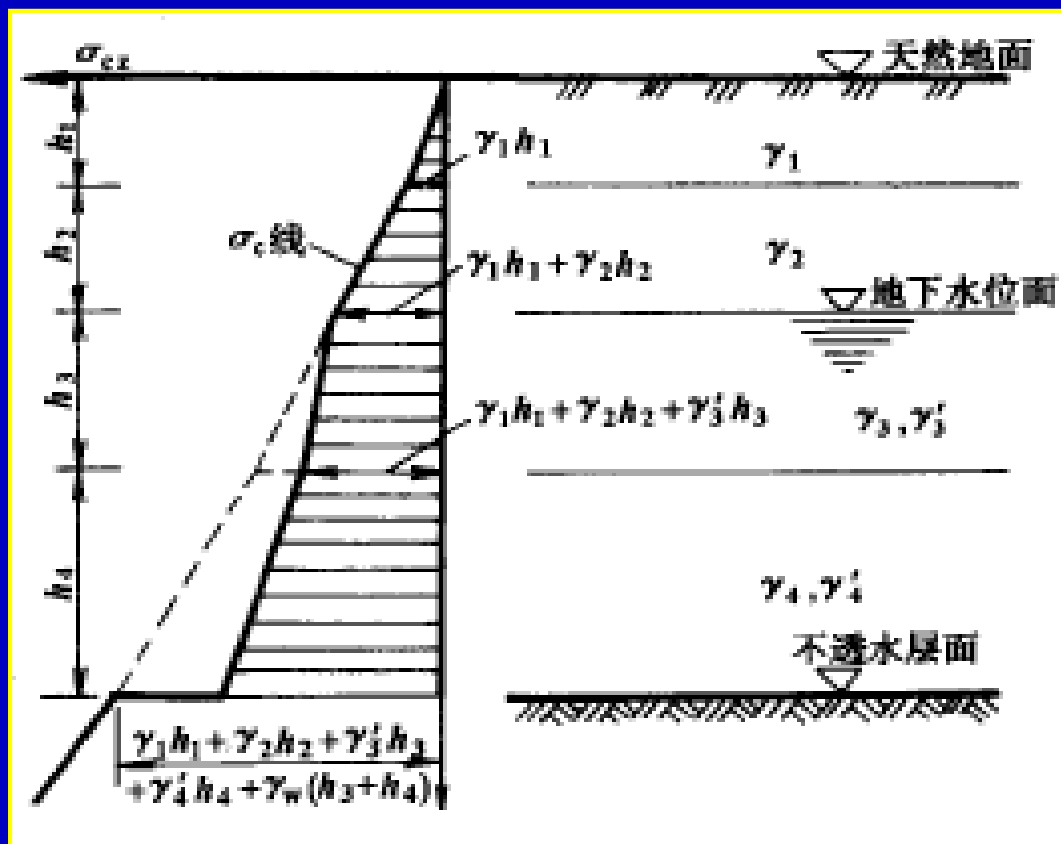
- ➡ 在每个土层中呈直线分布
- ➡ 在多层地基中呈折线分布
- ➡ 在土层分界面处（地下水位处）垂直应力发生转折
- ➡ 在土层分界面处水平应力发生突变

自重应力计算基本方法



土中自重应力计算

地下水位以下土层自重应力计算



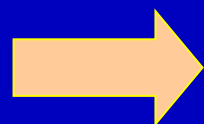
- ◆ 不透水层及层面以下的自重应力应按上覆土层的水土总重计算。



土中自重应力计算

均质土水平向自重应力计算

侧限应力状态



$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_{cx}}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{cz} + \sigma_{cy}) = 0$$



$$\sigma_{cx} = \sigma_{cy} = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_{cz}$$



$$\sigma_{cx} = \sigma_{cy} = K_0 \sigma_{cz}$$

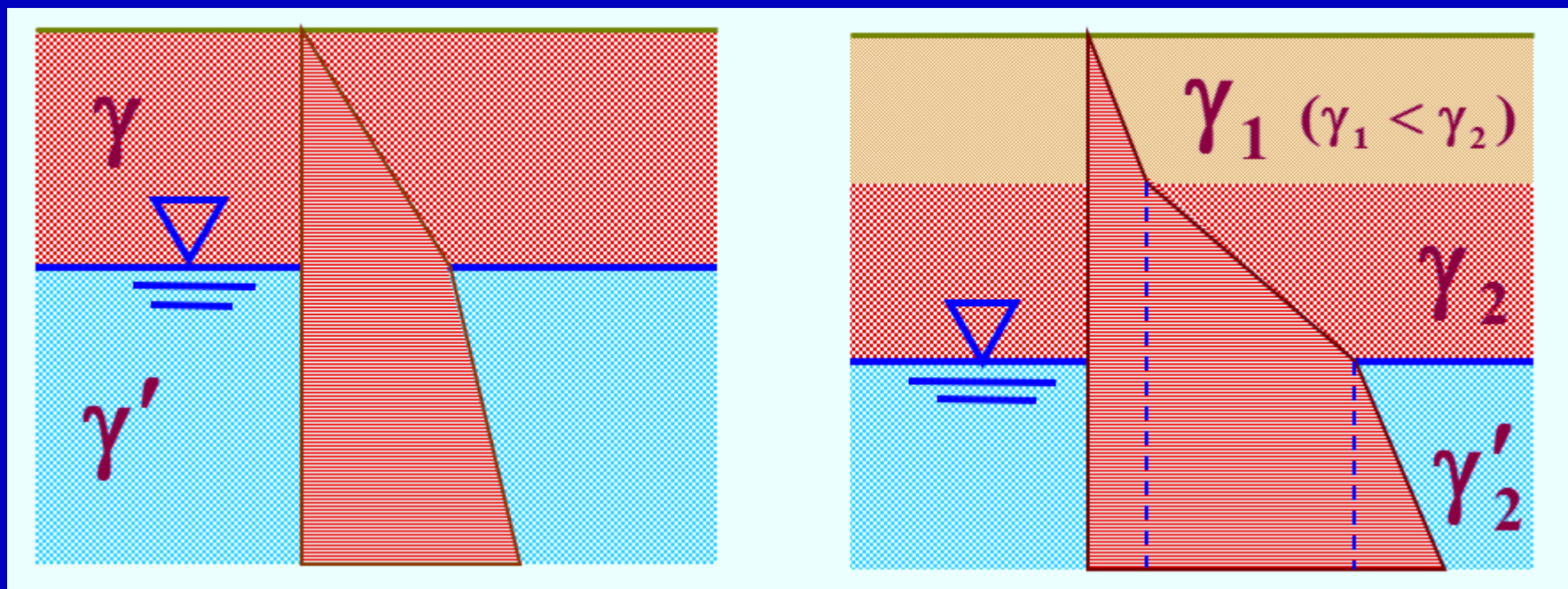
K_0 : 侧压力系数, 也称静止土压力系数。



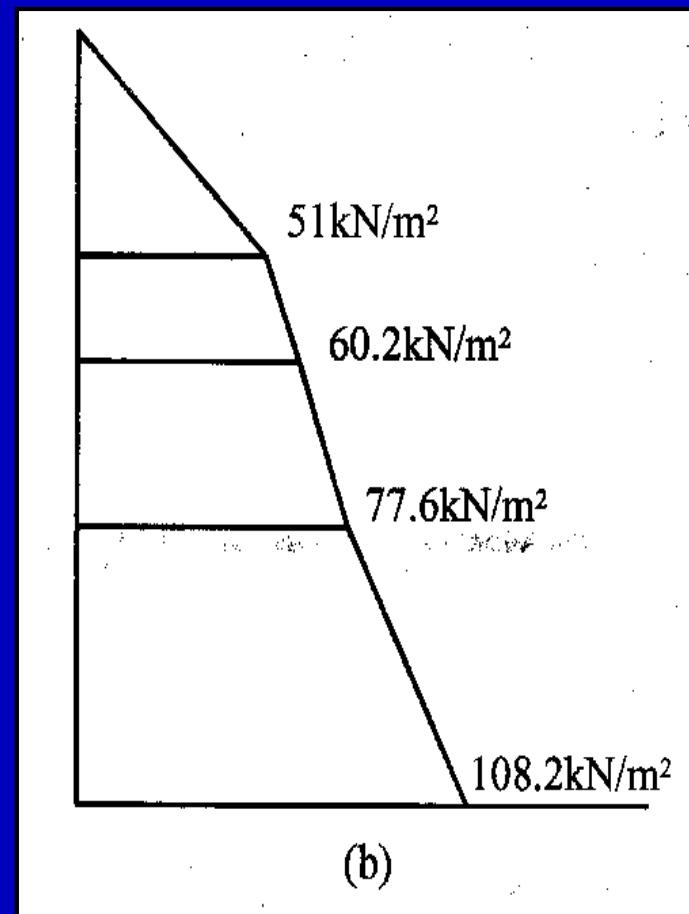
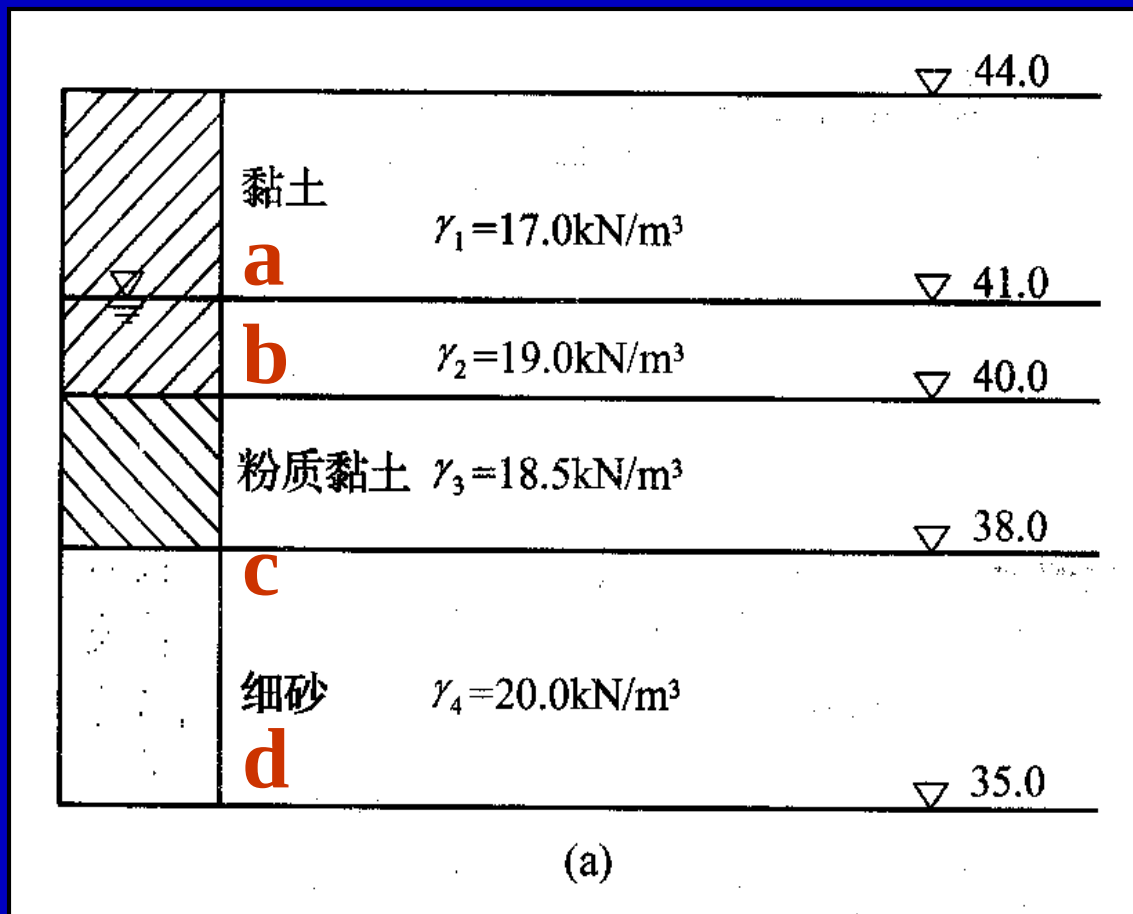
总 结

土中自重应力的分布规律

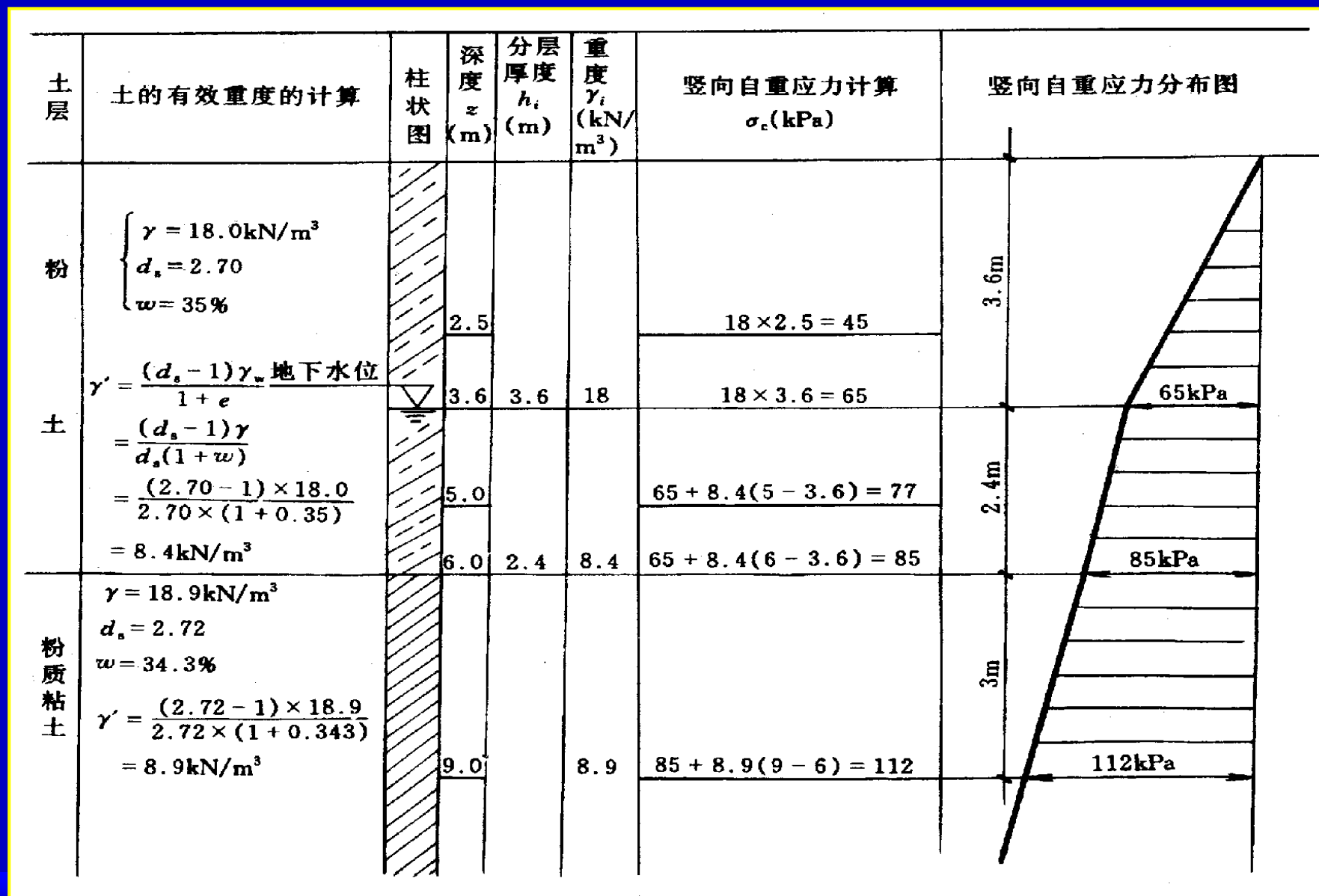
- ◆ 均质土中自重应力呈直线分布，随深度增加而增大，直线的斜率等于土的天然重度；
- ◆ 成层土中自重应力呈折线分布，在土层分界面处和地下水位处发生转折。



例：计算如图所示地基中自重应力沿深度的分布。



例题 3.1



§3.3 地基中的附加应力计算



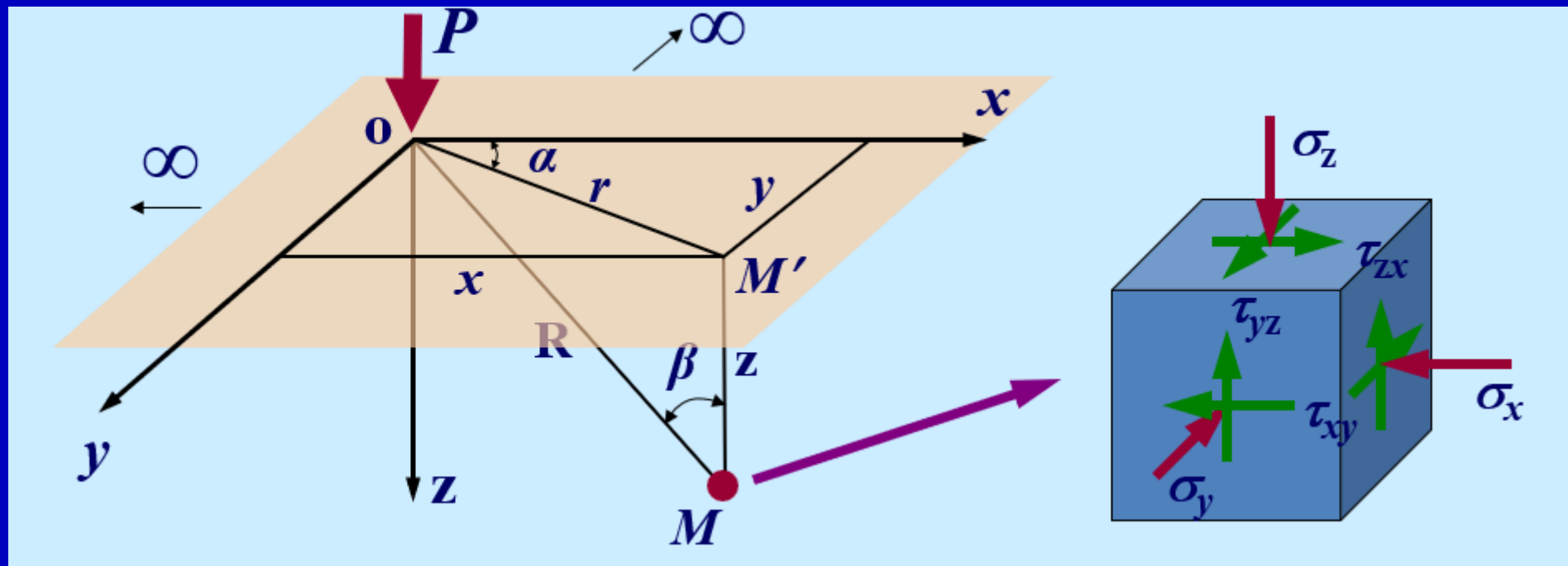
■ **附加应力**是由于修建建筑物之后在地基内新增加的应力，它是使地基发生变形从而引起建筑物沉降的主要原因

- 集中荷载作用下的附加应力 → 基本解
 - 矩形分布荷载作用下的附加应力
 - 条形分布荷载作用下的附加应力
 - 圆形分布荷载作用下的附加应力
 - 影响应力分布的因素
- 叠加原理

地基中的附加应力



■ 竖直集中力 - 布辛内斯克课题



$$R^2 = r^2 + z^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$(P; x, y, z; R, \alpha, \beta)$$

集中荷载的附加应力



■ 竖直集中力 - 布辛内斯克课题

👉 法国数学家布辛内斯克 (J. Boussinesq) 1885年推出了该问题的理论解, 包括六个应力分量和三个方向位移的表达式

➡ 教材P92-93页

👉 其中, 竖向应力 σ_z :

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{R^5} = \frac{3}{2\pi} \frac{1}{[1 + (r/z)^2]^{5/2}} \frac{P}{z^2} = K \frac{P}{Z^2}$$

集中力作用下的
应力分布系数 → 查图3 - 1

集中荷载的附加应力

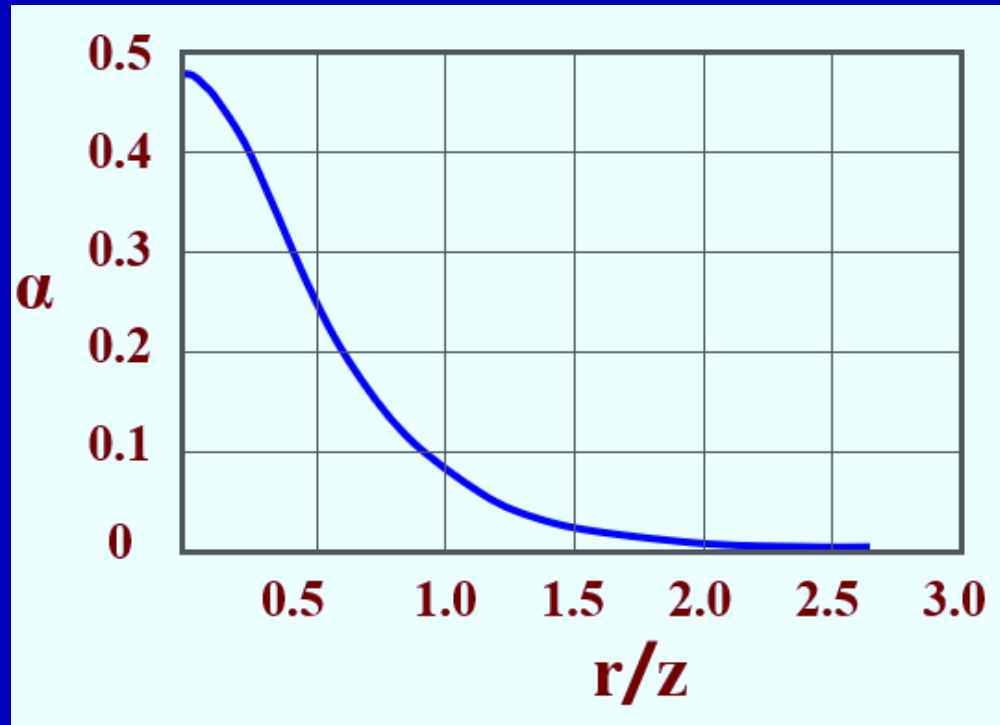


地基附加应力计算

◆ 竖向集中力作用下附加应力计算

—布西奈斯克 (Boussinesq) 课题

$$\alpha = \frac{3}{2\pi \left[1 + \left(\frac{r}{z} \right)^2 \right]^{5/2}}$$



集中力作用下的
应力分布系数 → 查图3 - 1

地基附加应力计算

◆ 竖向集中力作用下附加应力计算

—布西奈斯克 (Boussinesq) 课题

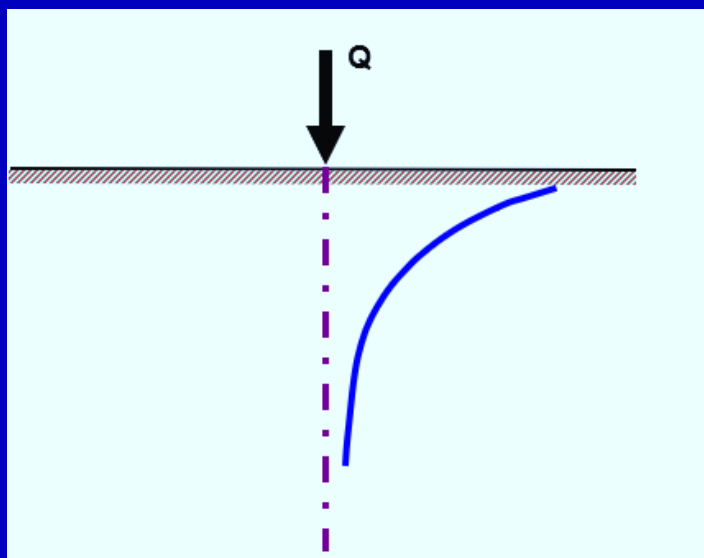
对 σ_z 的讨论

➤ Q作用线上 (

$$r = 0$$

$$\alpha = 3/2\pi$$

,



$$z = 0$$

$$\sigma_z \rightarrow \infty$$

$$z \rightarrow \infty$$

$$\sigma_z \rightarrow 0$$



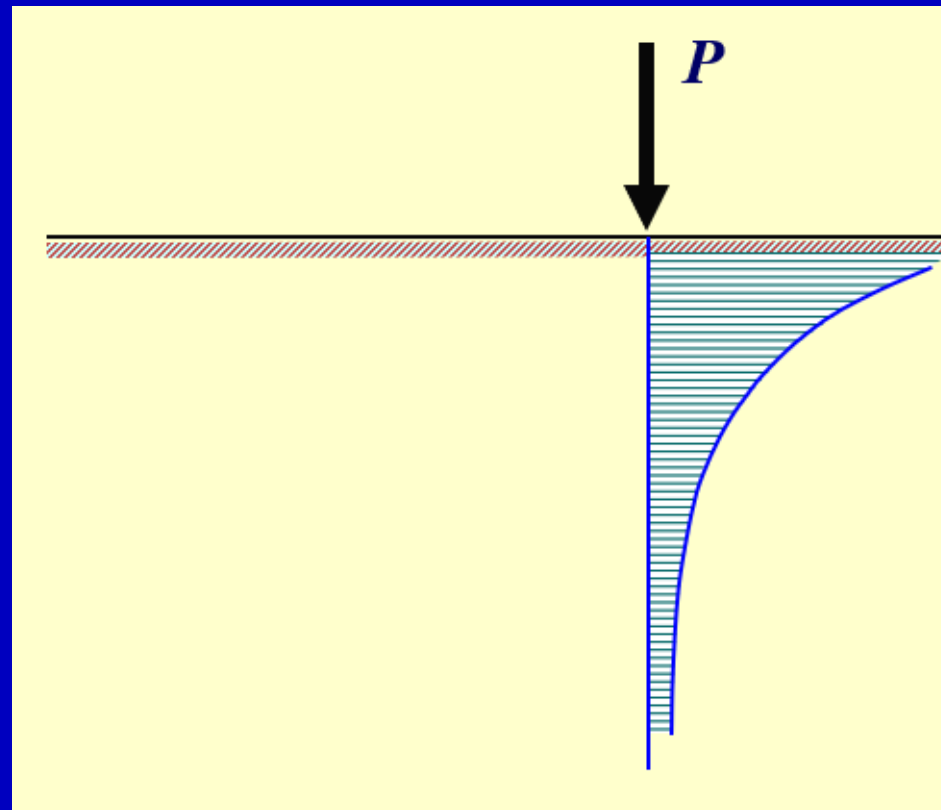
■ 竖直集中力 - 布辛内斯克课题

$$\sigma_z = \frac{3}{2\pi} \frac{1}{[1 + (r/z)^2]^{5/2}} \frac{P}{z^2} = K \frac{P}{z^2}$$

➡ σ_z 与 α 无关，呈轴对称分布

垂直应力分布规律

- ➡ P 作用线上
- ➡ 在某一水平面上
- ➡ 在 $r > 0$ 的竖直线上的
- ➡ σ_z 等值线-应力泡



集中荷载的附加应力

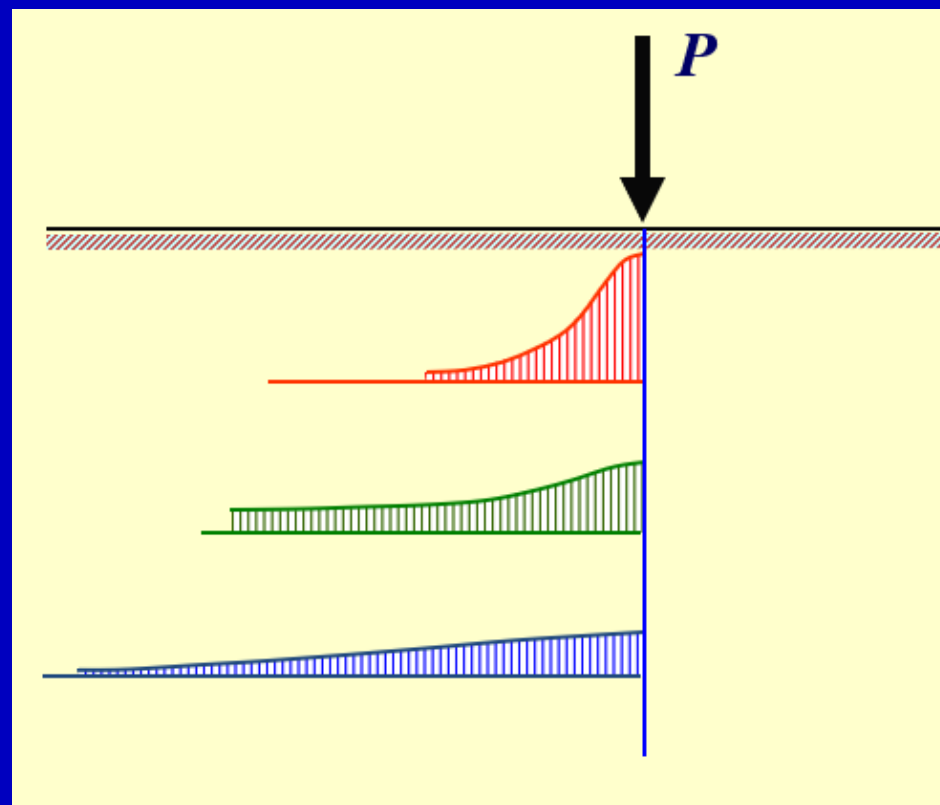
■ 竖直集中力 - 布辛内斯克课题

$$\sigma_z = \frac{3}{2\pi} \frac{1}{[1 + (r/z)^2]^{5/2}} \frac{P}{z^2} = K \frac{P}{z^2}$$

➡ σ_z 与 α 无关, 呈轴对称分布

垂直应力分布规律

- ☞ P 作用线上
- ☞ 在某一水平面上
- ☞ 在 $r > 0$ 的竖直线
- ☞ σ_z 等值线-应力泡



集中荷载的附加应力

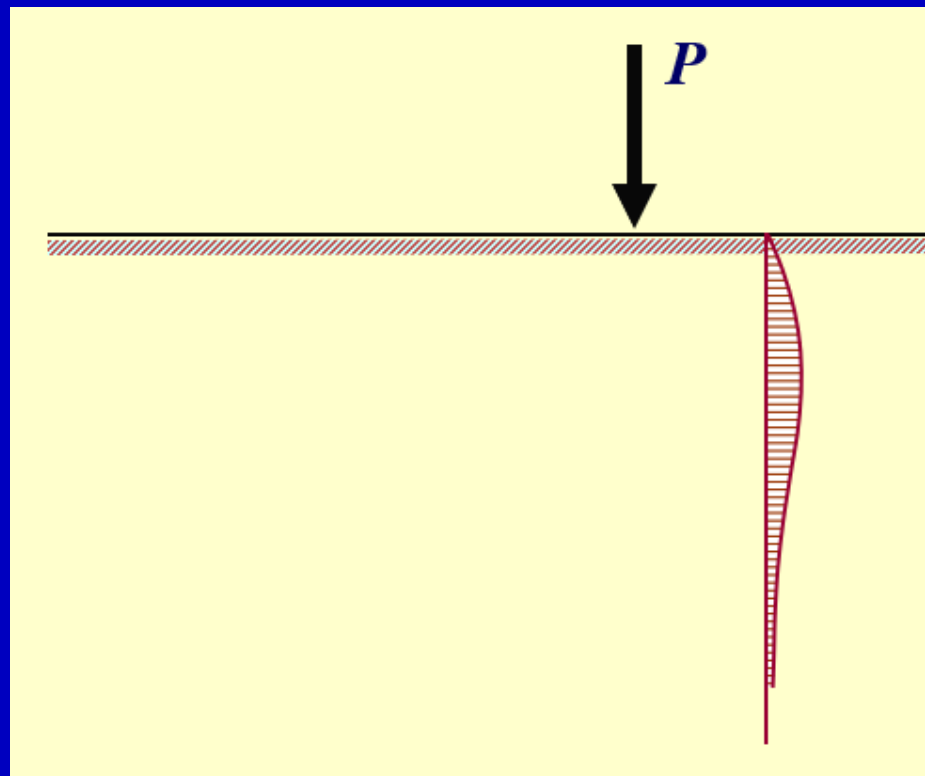
■ 竖直集中力 - 布辛内斯克课题

$$\sigma_z = \frac{3}{2\pi} \frac{1}{[1 + (r/z)^2]^{5/2}} \frac{P}{z^2} = K \frac{P}{z^2}$$

➡ σ_z 与 α 无关，呈轴对称分布

垂直应力分布规律

- ➡ P 作用线上
- ➡ 在某一水平面上
- ➡ 在 $r > 0$ 的竖直线
- ➡ σ_z 等值线-应力泡



集中荷载的附加应力

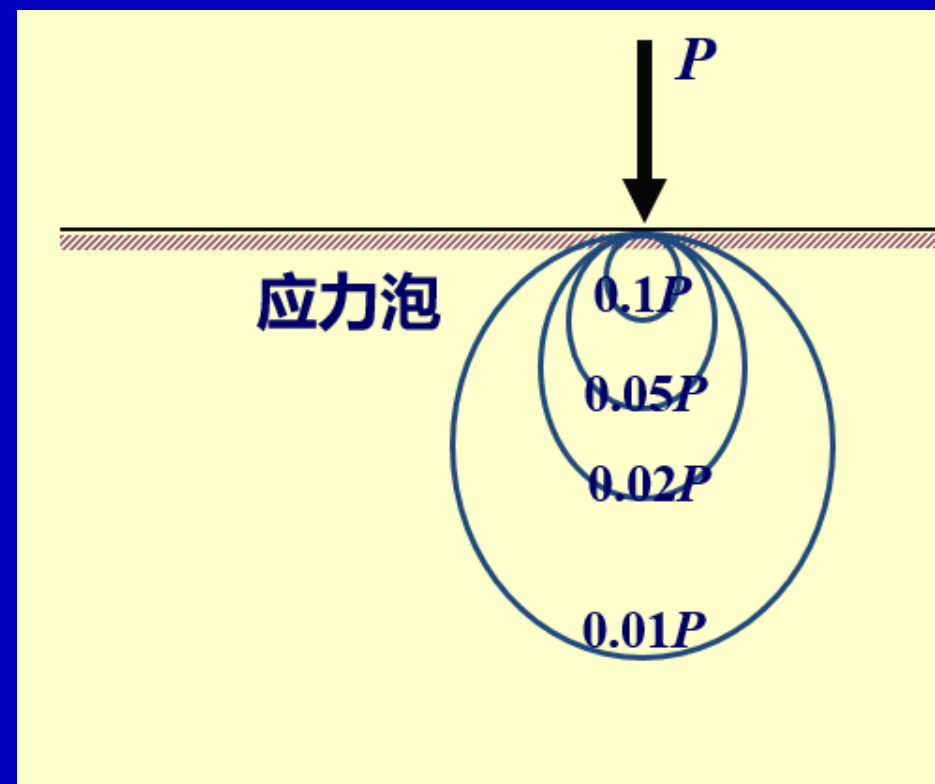
■ 竖直集中力 - 布辛内斯克课题

$$\sigma_z = \frac{3}{2\pi} \frac{1}{[1 + (r/z)^2]^{5/2}} \frac{P}{z^2} = K \frac{P}{z^2}$$

➡ σ_z 与 α 无关, 呈轴对称分布

垂直应力分布规律

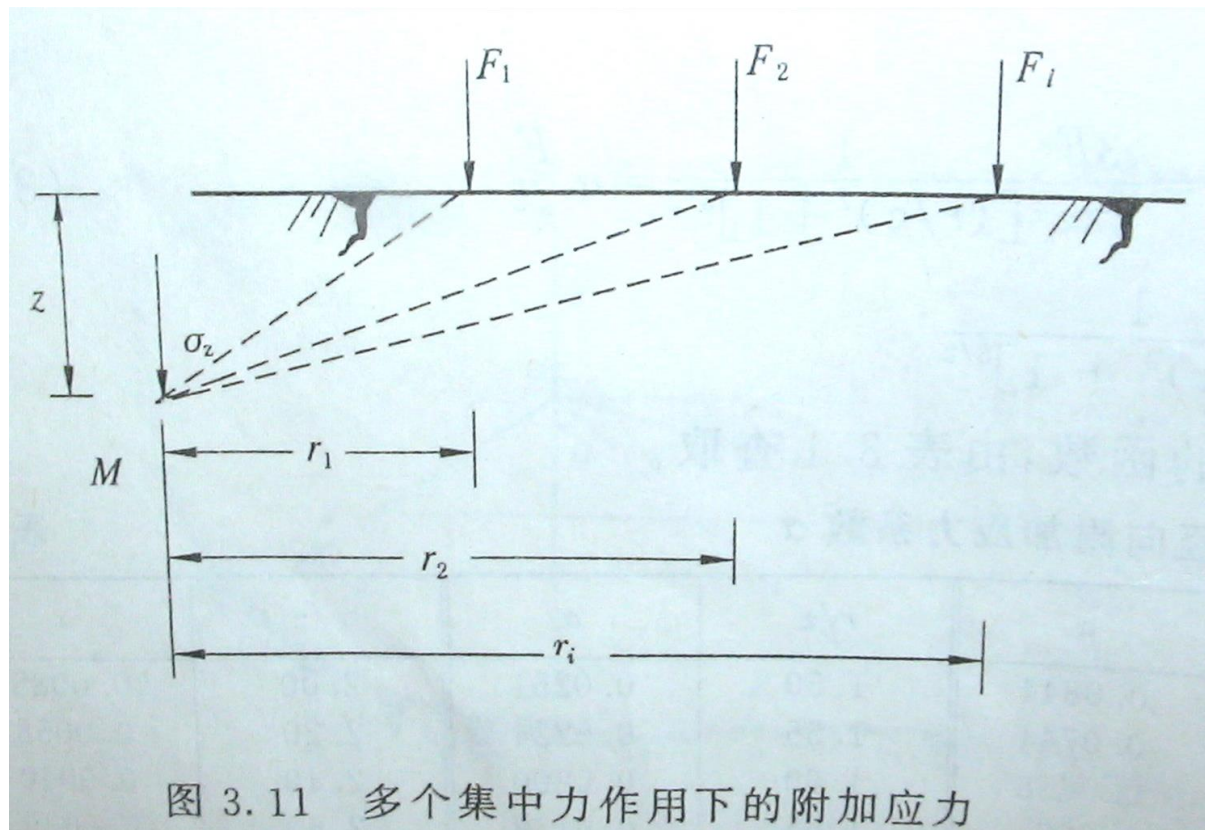
- ☞ P 作用线上
- ☞ 在某一水平面上
- ☞ 在 $r > 0$ 的竖直线
- ☞ σ_z 等值线-应力泡



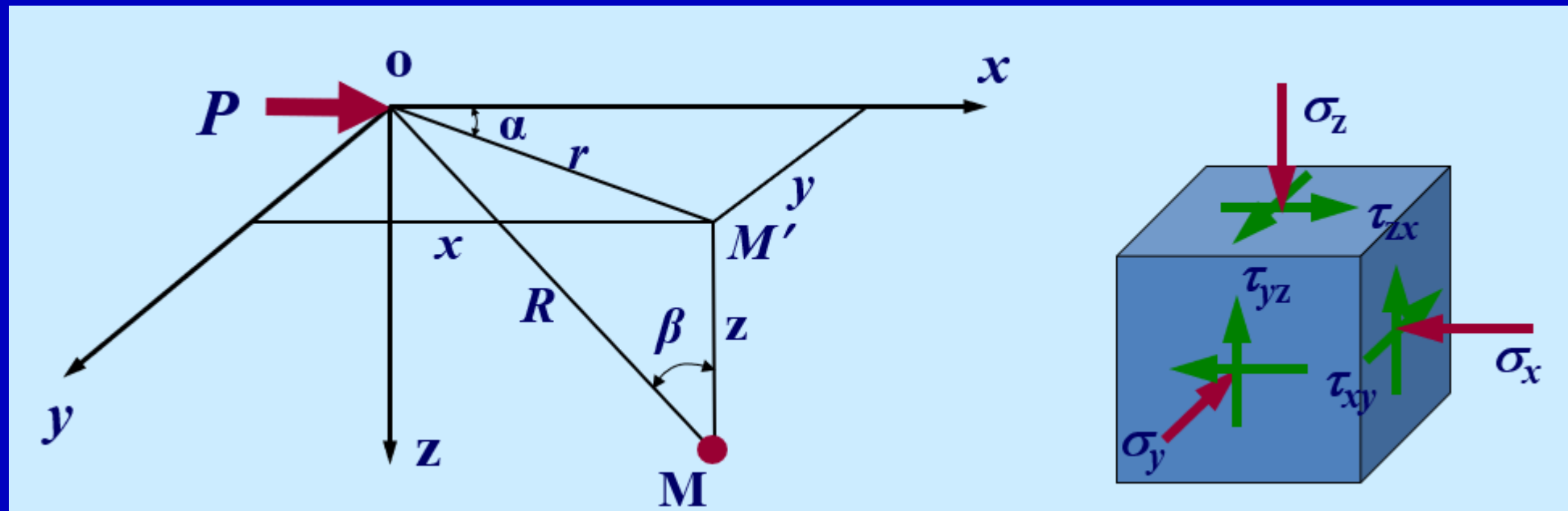
集中荷载的附加应力

多个集中力及不规则分布荷载作用

$$\sigma_z = \alpha_1 \cdot \frac{F_1}{Z^2} + \alpha_2 \cdot \frac{F_2}{Z^2} + \dots + \alpha_n \cdot \frac{F_n}{Z^2} = \frac{1}{Z^2} \sum_{i=1}^n \alpha_i F_i$$



■ 水平集中力 - 西罗提课题



$$\sigma_z = \frac{3P_h}{2\pi} \frac{xz^2}{R^5}$$

集中荷载的附加应力



例3.2 在地表面作用集中力 $Q=200\text{kN}$ ，计算地面深度 $z=3\text{m}$ 处水平面上竖向附加应力 σ_z 分布，以及距 Q 作用点 $r=1\text{m}$ 处竖直面上不同深度竖向附加应力 σ_z 的分布。

$z=3\text{m}$ 处水平面上竖应力 σ_z 的计算

表 4-3

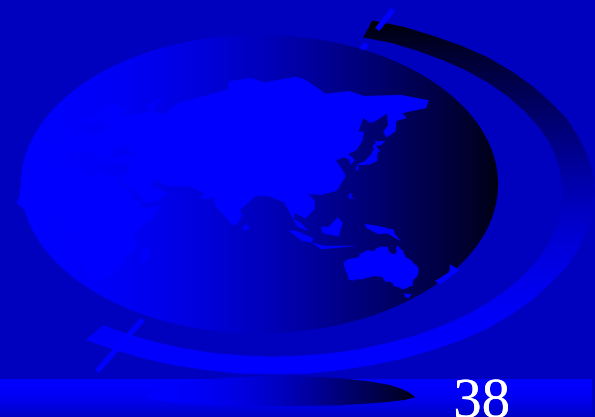
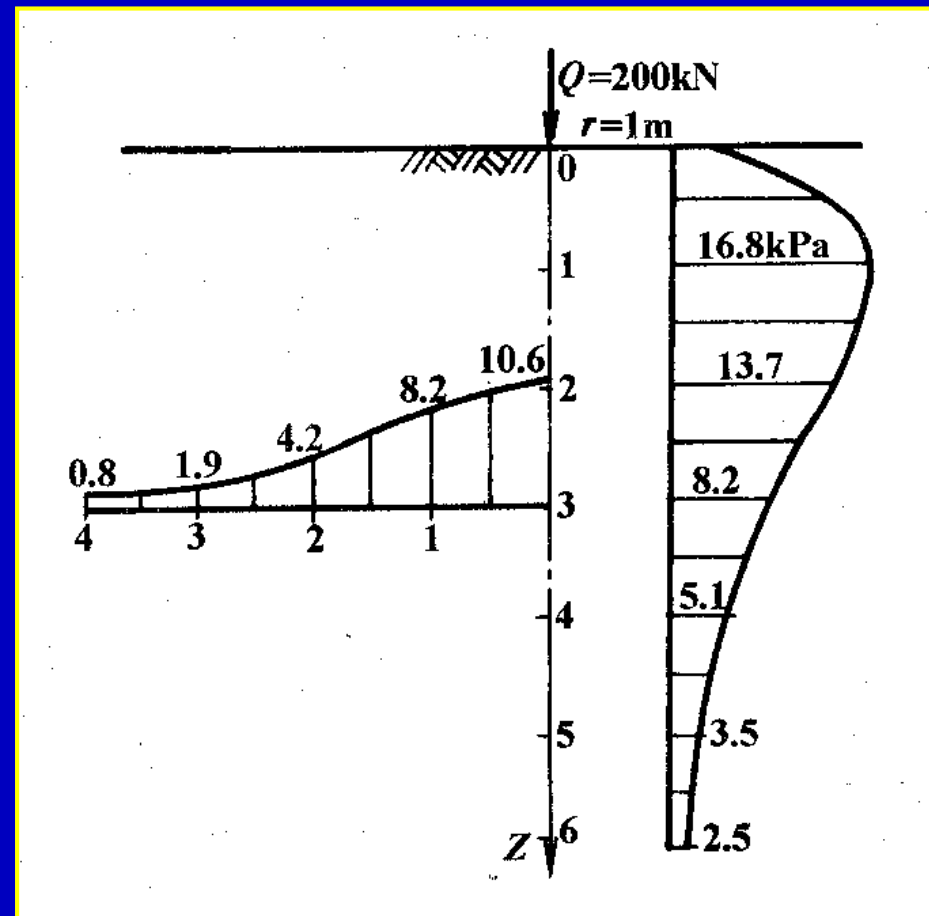
$r(\text{m})$	0	1	2	3	4	5
r/z	0	0.33	0.67	1	1.33	1.67
α	0.478	0.369	0.189	0.084	0.038	0.017
$\sigma_z(\text{kPa})$	10.6	8.2	4.2	1.9	0.8	0.4

$r=1\text{m}$ 处竖直面上竖应力 σ_z 的计算

表 4-4

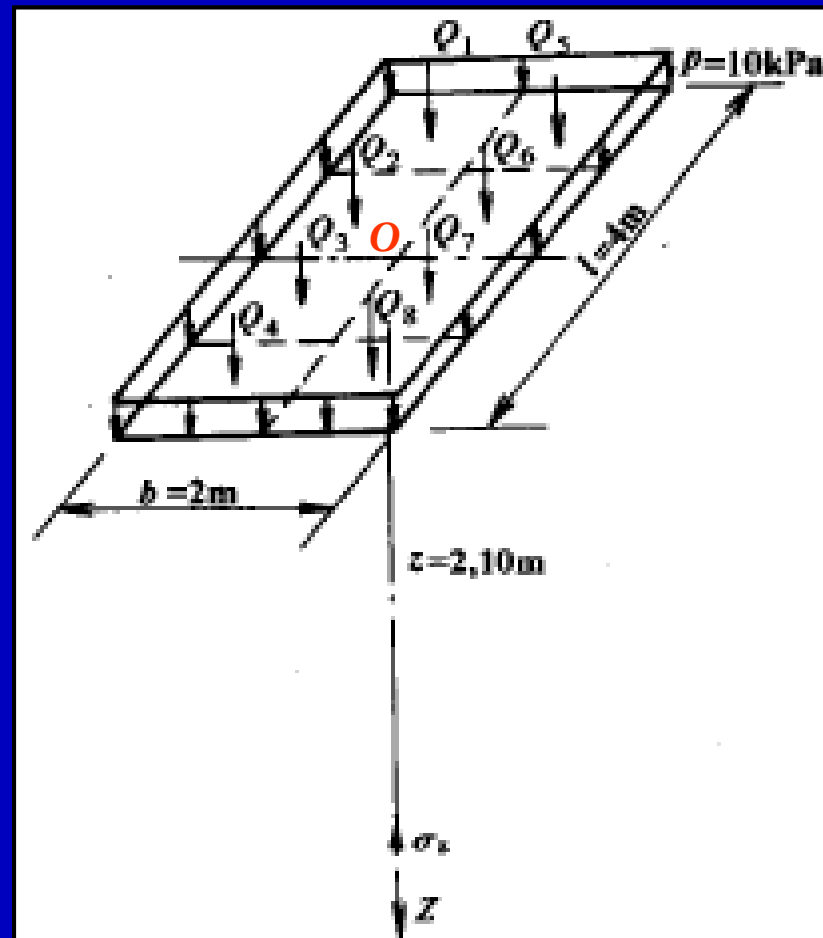
$z(\text{m})$	0	1	2	3	4	5	6
r/z	∞	1	0.5	0.33	0.25	0.20	0.17
α	0	0.084	0.273	0.369	0.410	0.433	0.444
$\sigma_z(\text{kPa})$	0	16.8	13.7	8.2	5.1	3.5	2.5

解答



例题3.3

有一矩形基础， $b=2\text{m}$ ， $l=4\text{m}$ ，作用均布荷载 $p=10\text{kPa}$ ，计算矩形基础中点 O 下深度 $z=2\text{m}$ 及 10m 处的竖应力 σ_z 值。



解 答

Q_i	$z(\text{m})$	$r(\text{m})$	r/z	α	$\sigma_{zi} = \alpha \frac{Q_i}{z^2} (\text{kPa})$
Q_i	2	1.581	0.791	0.142	0.36
Q_s	2	0.707	0.353	0.356	0.89
Q_i	10	1.581	0.158	0.449	0.045
Q_s	10	0.707	0.071	0.471	0.047

解 答

$z = 2\text{m} :$

$$\sigma_z = \sum_{i=1}^8 \sigma_{zi} = 4 \times (0.36 + 0.89) = 5.0\text{kPa}$$

$z = 10\text{m} :$

$$\sigma_z = \sum_{i=1}^8 \sigma_{zi} = 4 \times (0.045 + 0.047) = 0.368\text{kPa}$$



■ 矩形面积竖直均布荷载

👉 角点下的垂直附加应力：B氏解的应用

$$d\sigma_z = \frac{3dP}{2\pi} \frac{z^3}{R^5} = \frac{3p}{2\pi} \frac{z^3}{R^5} dx dy$$

$$\sigma_z = \int_0^b \int_0^l d\sigma_z = \sigma_z(p, m, n)$$

$$\sigma_z = K_s p$$

$$m=l/b, \quad n=z/b$$

P98页 (3-17)

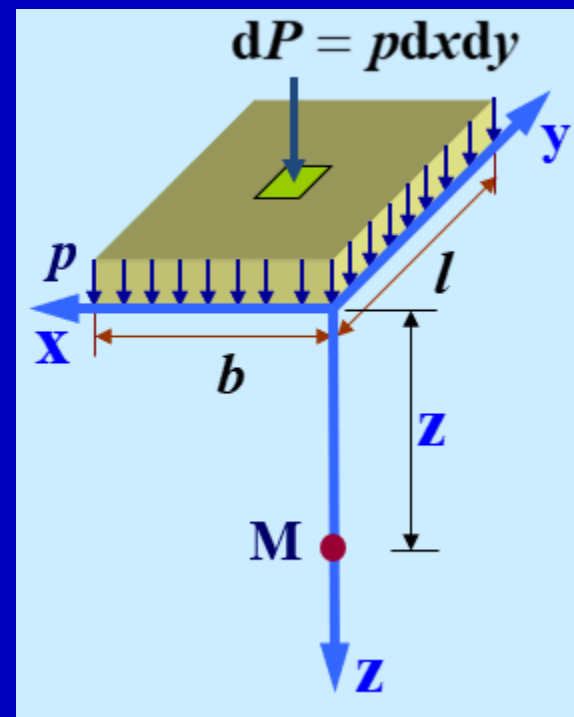
$$K_s = f(b, l, z) = f\left(\frac{l}{b}, \frac{z}{b}\right) = f(m, n)$$

矩形竖直向均布荷载角点下的应力分布系数 α_c ：表3-4

注：

l 为矩形面积长边，
 b 为短边。

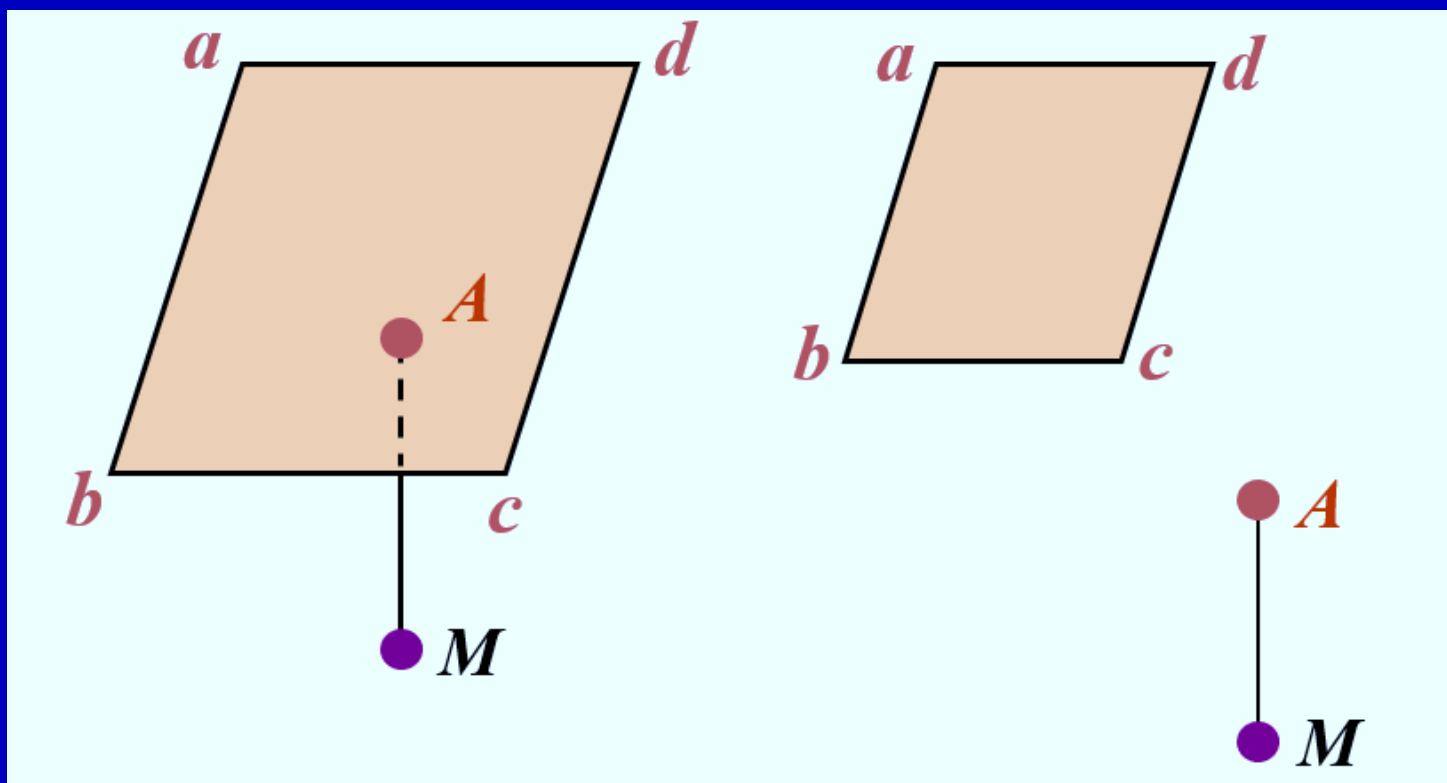
矩形分布荷载的附加应力



地基附加应力计算

◆ 矩形面积竖向均布荷载作用下附加应力计算

2. 土中任意点的竖向附加应力——角点法

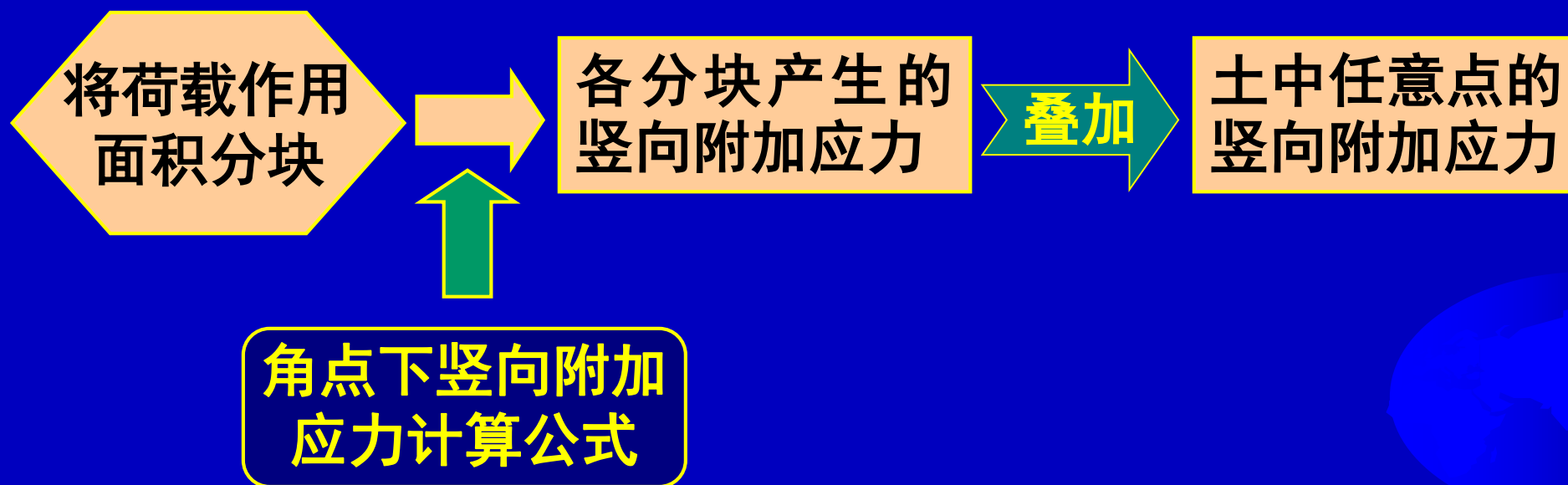


地基附加应力计算

◆ 矩形面积竖向均布荷载作用下附加应力计算

2. 土中任意点的竖向附加应力——角点法

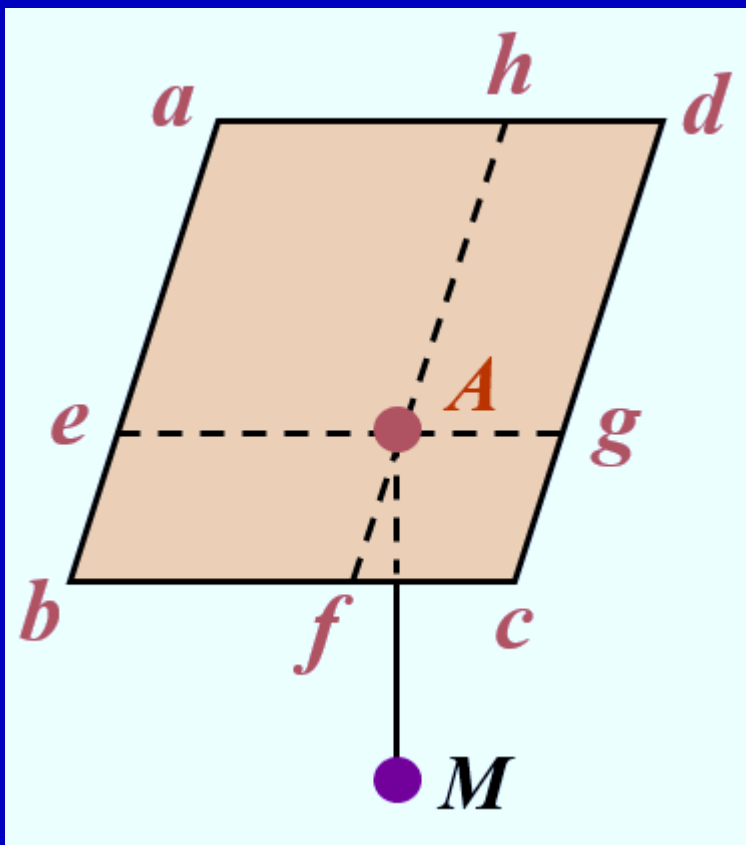
基本方法：



地基附加应力计算

◆ 矩形面积竖向均布荷载作用下附加应力计算

2. 土中任意点的竖向附加应力——角点法



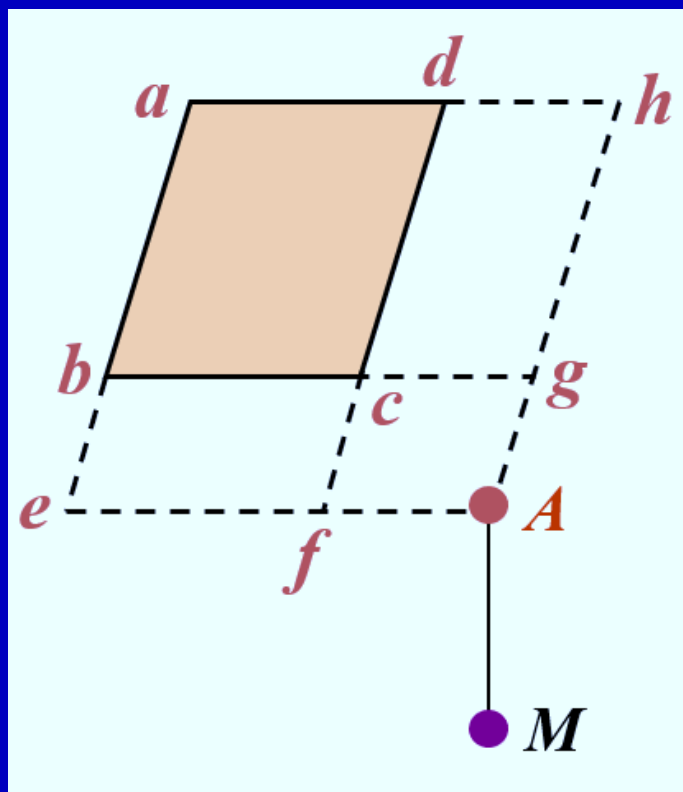
情况一：M点投影在矩形荷载作用面积范围之内

$$\sigma_z = \sigma_{z(aeAh)} + \sigma_{z(ebfA)} + \sigma_{z(hAgd)} + \sigma_{z(Afcg)}$$

地基附加应力计算

◆ 矩形面积竖向均布荷载作用下附加应力计算

3. 土中任意点的竖向附加应力——角点法

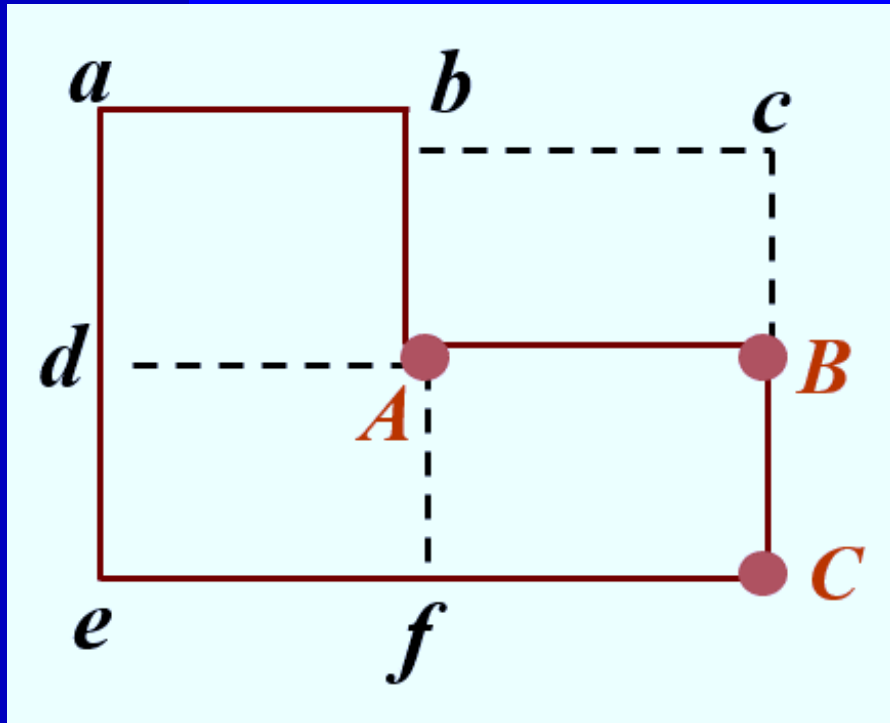


情况二：M点投影在矩形荷载作用面积范围之外

$$\sigma_z = \sigma_{z(aeAh)} - \sigma_{z(beAg)} - \sigma_{z(dfAh)} + \sigma_{z(cfAg)}$$

地基附加应力计算

思考题



$$\sigma_{zA} = \sigma_{z(adAb)} + \sigma_{z(defA)} + \sigma_{z(AfCB)}$$

$$\sigma_{zB} = \sigma_{z(adBc)} + \sigma_{z(deCB)} - \sigma_{z(bABc)}$$

$$\sigma_{zC} = \sigma_{z(aeCc)} - \sigma_{z(bfCc)} + \sigma_{z(AfCB)}$$

■ 矩形面积竖直均布荷载

👉 任意点的垂直附加应力—角点法

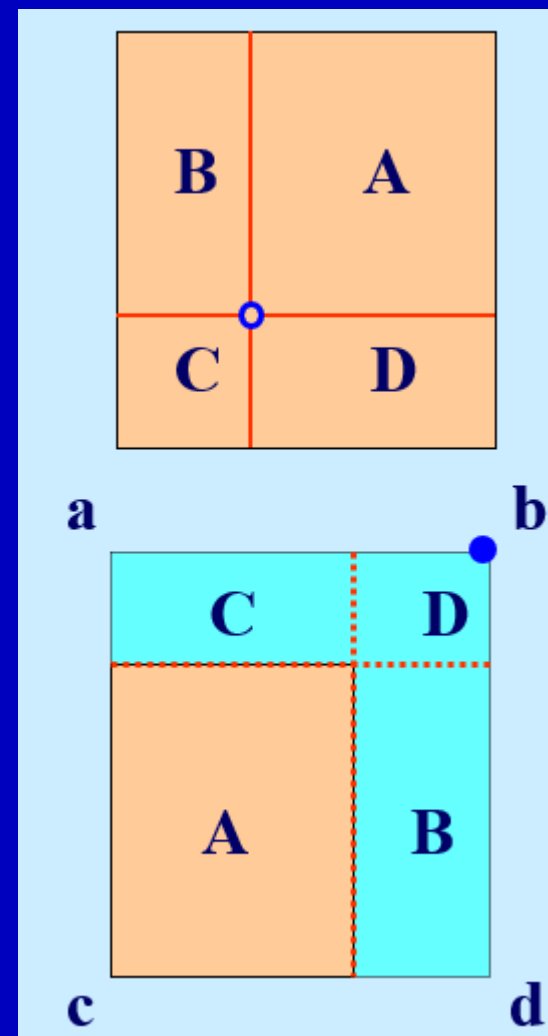
荷载与应
力间满足
线性关系

叠加原理

角点计算公式

任意点的计算公式

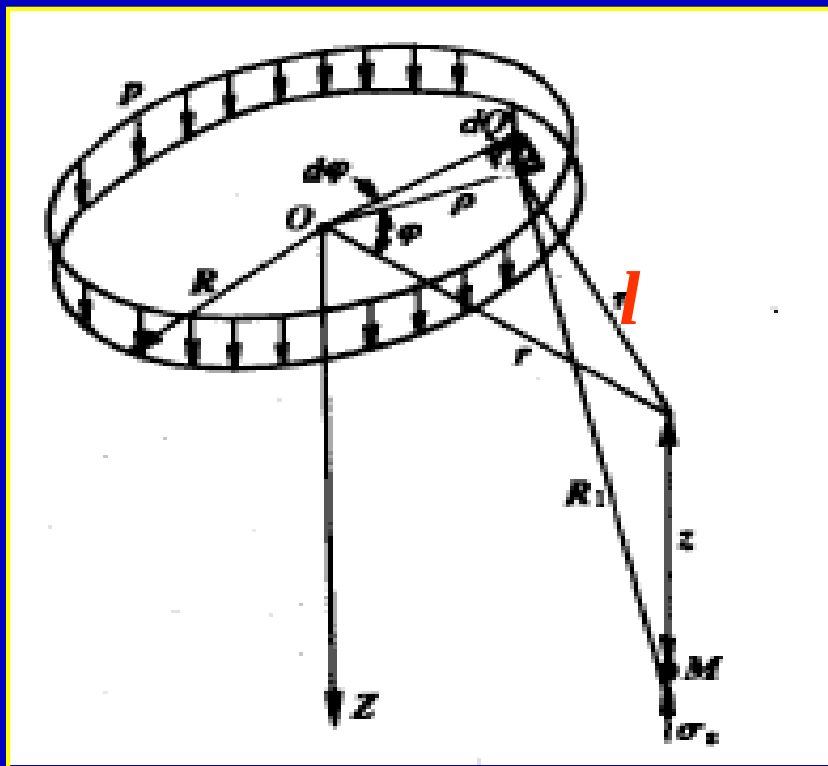
- 矩形内: $\sigma_z = (K_s^A + K_s^B + K_s^C + K_s^D) p$
- 矩形外: $\sigma_z = (K_s^{abcd} - K_s^{BD} - K_s^{CD} + K_s^D) p$



矩形分布荷载的附加应力

地基附加应力计算

◆ 圆形面积竖向均布荷载作用下附加应力计算



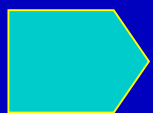
$$\sigma_z = \alpha_c p$$

$$\alpha_c = f\left(\frac{r}{R}, \frac{z}{R}\right)$$

应力系数
表 3-8

■ 矩形面积竖直三角形分布荷载

$$\sigma_z = \int_0^b \int_0^l d\sigma_z = \sigma_z(p_t, m, n)$$

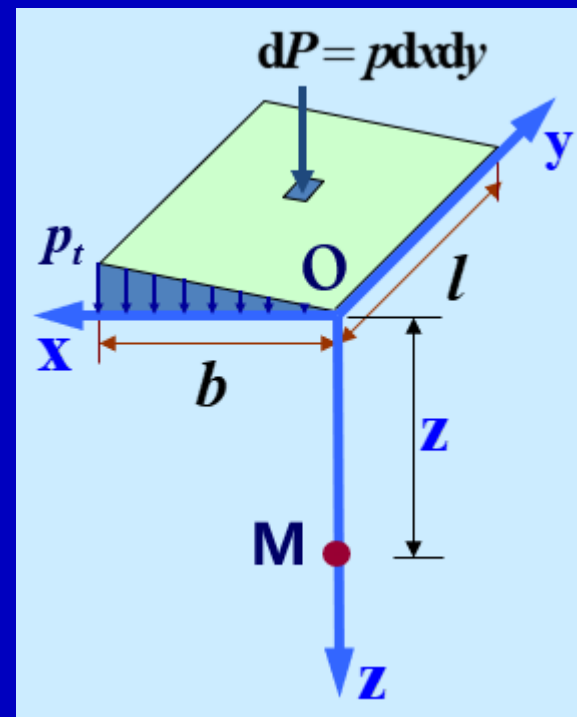


$$\sigma_z = K_t p_t$$

$$K_t = f(b, l, z) = f\left(\frac{l}{b}, \frac{z}{b}\right) = f(m, n)$$

矩形面积竖直三角分布荷载角点下的
应力分布系数：表3-6 P102

矩形分布荷载的附加应力



■ 矩形面积水平均布荷载

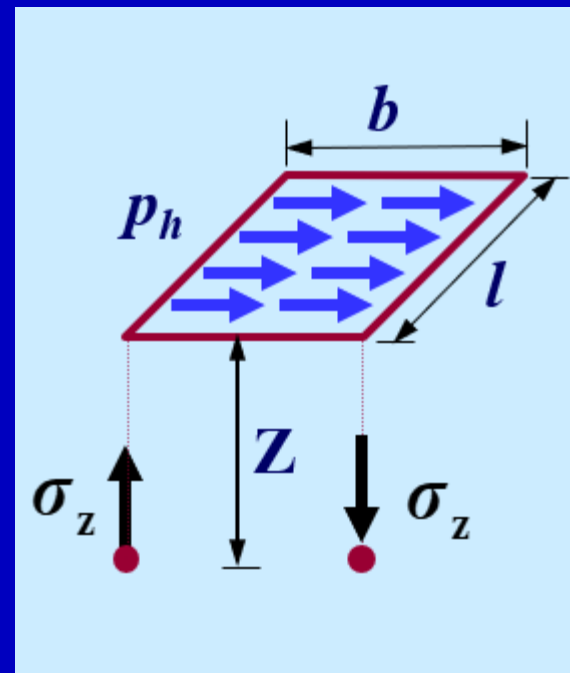
角点下的垂直附加应力:

$$\sigma_z = \mp K_h p_h$$

$$K_h = f(b, l, z) = f\left(\frac{l}{b}, \frac{z}{b}\right) = f(m, n)$$

矩形面积作用水平均布荷载时角点下的
应力分布系数: 表3-7 P104

矩形分布荷载的附加应力



■ 竖直线布荷载 - 弗拉曼解

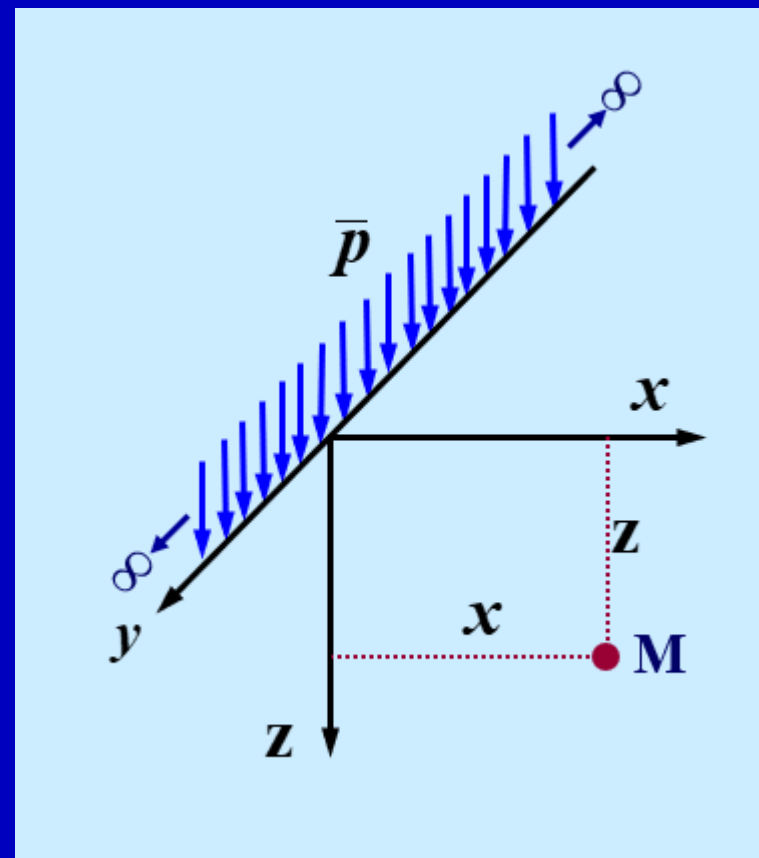
P106

$$\sigma_z = \frac{2\bar{p}z^3}{\pi(x^2 + z^2)^2}$$

$$\sigma_x = \frac{2\bar{p}x^2z}{\pi(x^2 + z^2)^2}$$

$$\tau_{zx} = \frac{2\bar{p}xz^2}{\pi(x^2 + z^2)^2}$$

$$\sigma_y = \nu(\sigma_x + \sigma_z)$$



条形分布荷载的附加应力

■ 条形面积竖直均布荷载 P106

任意点的附加应力:

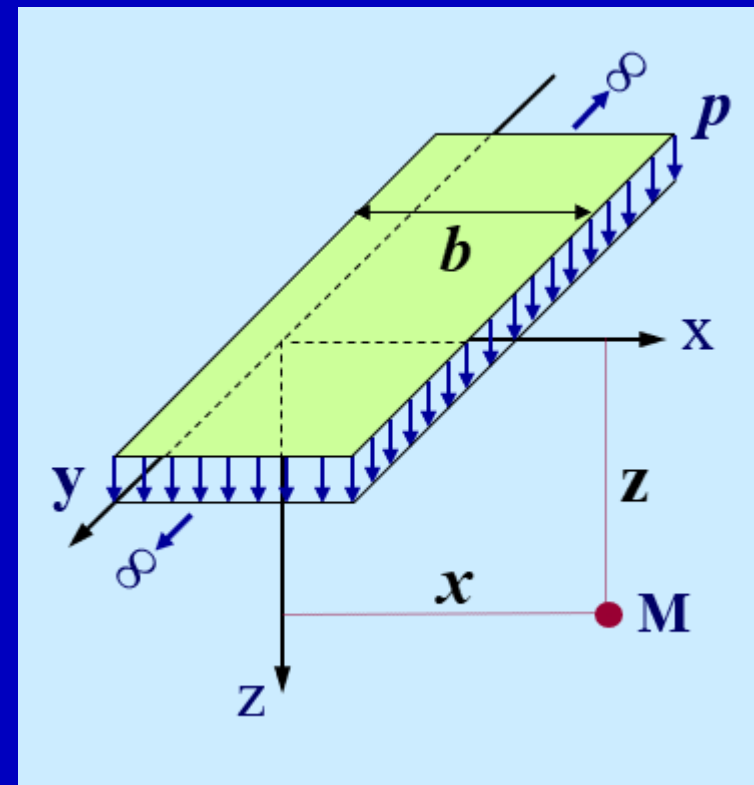
$$\sigma_z = K_z^s p$$

$$\sigma_x = K_x^s p$$

$$\tau_{xz} = K_{xz}^s p$$

$$K_z^s, K_x^s, K_{xz}^s = f(b, x, z)$$

$$= f\left(\frac{x}{b}, \frac{z}{b}\right) = f(m, n)$$

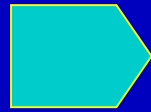


条形面积竖直均布荷载的应力分布系数: 表3-9 P107

☞ 对 $l/b \geq 10$ 的矩形荷载, 其中部可近似按条形荷载计算

条形分布荷载的附加应力

■ 条形面积其它分布荷载

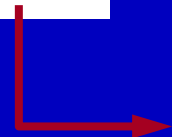


P110页: 表3-12、表3-13

■ 圆形面积均布荷载作用

- 圆心下的附加应力计算

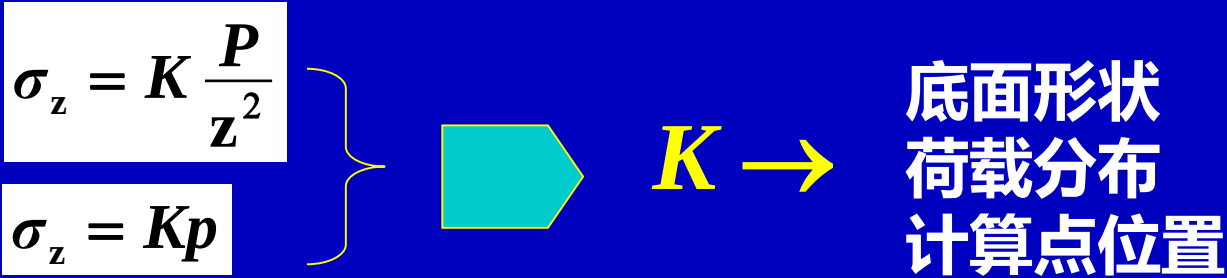
$$\sigma_z = f\left(\frac{r}{z}\right)p = K_0 p$$



P105 表3-8 z/r_0

其它荷载的附加应力





- K —— 竖直集中荷载作用下 (表3-1) P93
- K_s —— 矩形面积竖直均布荷载作用角点下 (表3-4) P98
- K_t —— 矩形面积三角形分布荷载作用角点下 (表3-6) P102
- K_h —— 矩形面积水平均布荷载作用角点下 (表3-7) P104
- K_z^t —— 条形面积三角形分布荷载作用时 (表3-12) P110
- K_z^s —— 条形面积竖直均布荷载作用时 (表3-9) P107
- K_z^h —— 条形面积水平均布荷载作用时 (表3-13) P111
- K_0 —— 圆形面积均布荷载作用时园心点下 (表3-8) P105

作用于地基上的竖向均布荷载为 p_0

$$\sigma_z = \alpha_i p_0$$

α 、 α_c 、 $(\alpha_{t1}$ 、 $\alpha_{t2})$ 、 α_h 、 $(\alpha_{sz}$ 、 α_{sx} 、 $\alpha_{sxz})$ 、 α_z^h 、 α_0



$$\sigma_z = \alpha \frac{P}{z^2}$$
$$\sigma_z = \alpha p_0$$



α



底面形状
荷载分布
计算点位置

- α —— 竖直集中荷载作用下 (表3-1) P93
- α_c —— 矩形面积竖直均布荷载作用角点下 (表3-4) P98
- α_t —— 矩形面积三角形分布荷载作用角点下 (表3-6) P102
- α_h —— 矩形面积水平均布荷载作用角点下 (表3-7) P104
- α_z^t —— 条形面积三角形分布荷载作用时 (表3-12) P110
- α_{sz} —— 条形面积竖直均布荷载作用时 (表3-9) P107
- α_z^h —— 条形面积水平均布荷载作用时 (表3-13) P111
- α_0 —— 圆形面积均布荷载作用时园心点下 (表3-8) P105

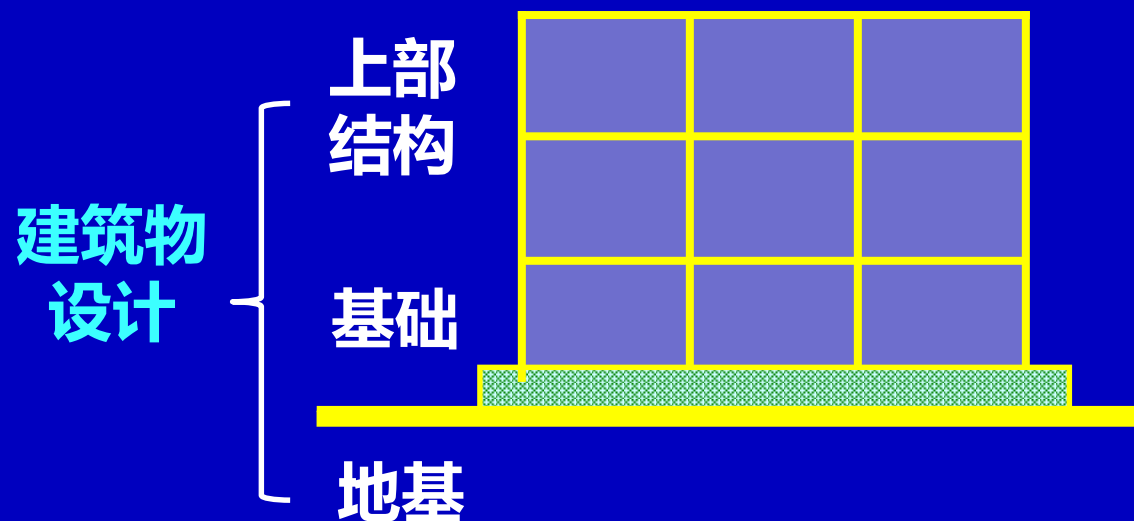
基础底面处附加应力为 p_0 ,
则地基中某点的附加应力:

$$\sigma_z = \alpha_i p_0$$

α 、 α_c 、 $(\alpha_{t1}$ 、 $\alpha_{t2})$ 、 α_h 、 $(\alpha_{sz}$ 、 α_{sx} 、 $\alpha_{sxz})$ 、 α_z^h 、 α_0

§3.4 基底压力计算





👉 **基底压力：** 基础底面传递给地基表面的压力，也称基底接触压力。

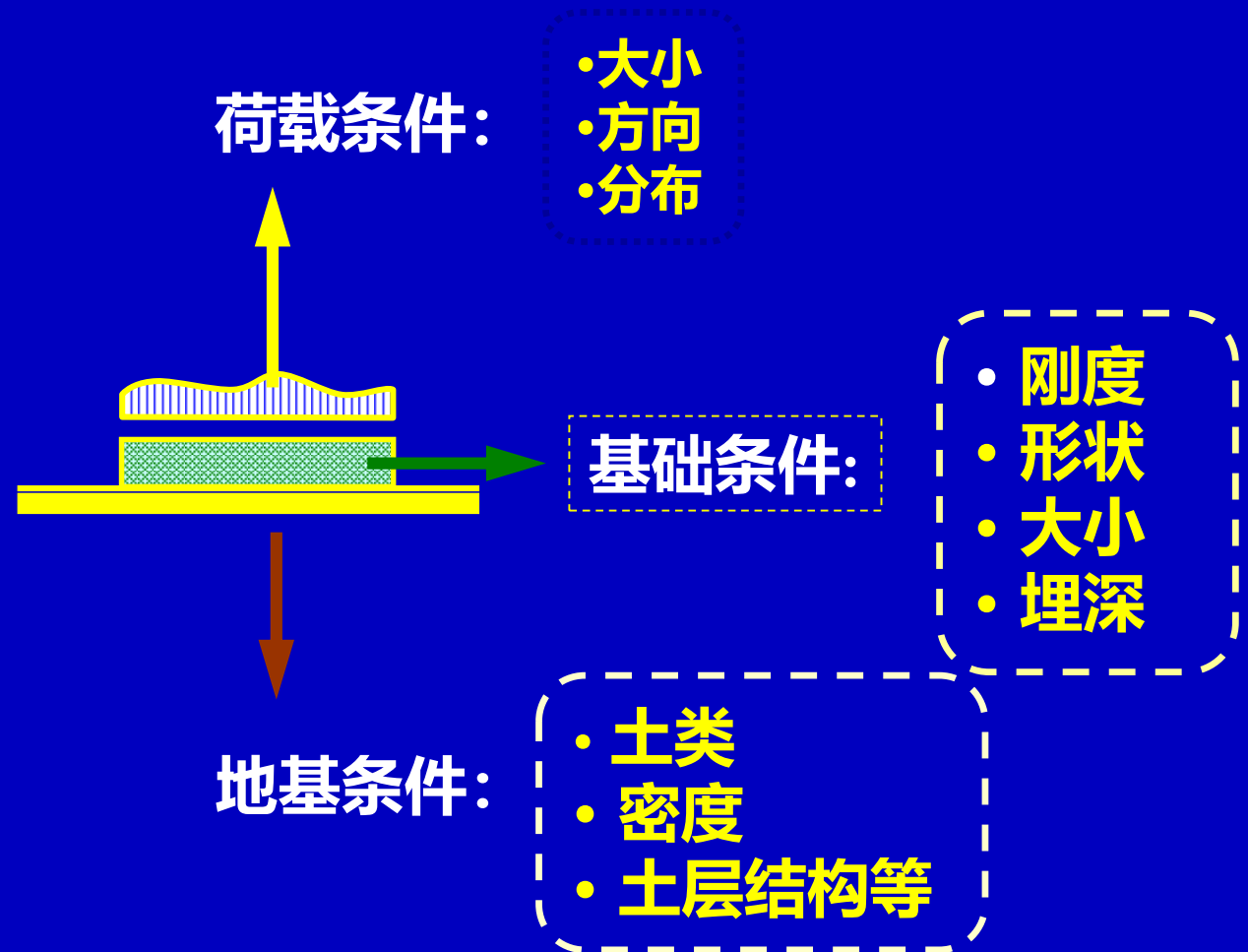
👉 **基底压力**既是计算地基中附加应力的外荷载，也是计算基础结构内力的外荷载



基底压力计算

■ **基底压力是地基和基础在上部荷载作用下相互作用的结果，受荷载条件、基础条件和地基条件的影响**

暂不考虑上部结构的影响，用荷载代替上部结构，使问题得以简化



基底压力的影响因素

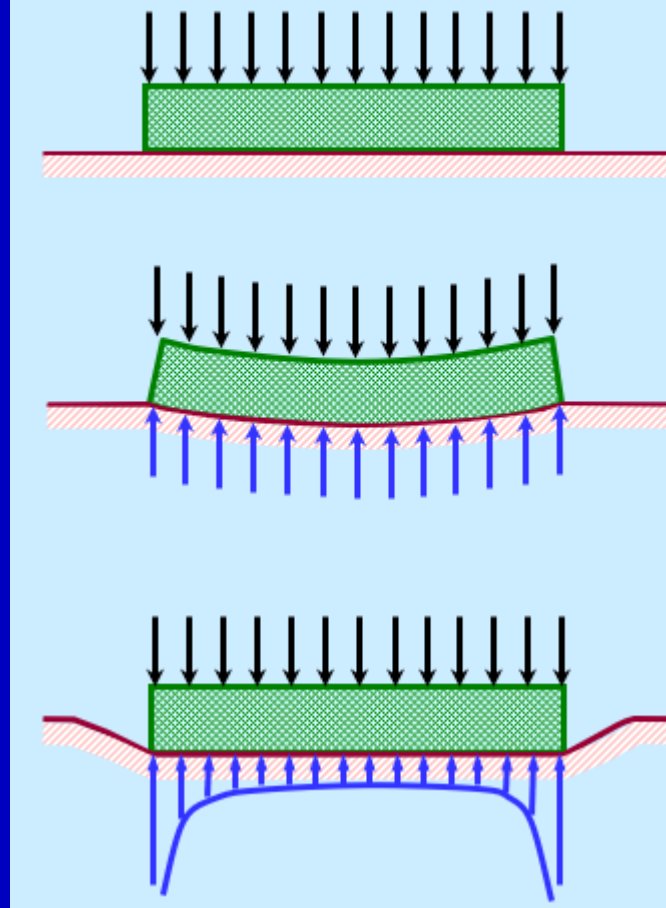
■ 弹性地基，完全柔性基础

- 基础抗弯刚度 $EI=0 \rightarrow M=0$
- 基础变形能完全适应地基表面的变形
- 基础上下压力分布必须完全相同，若不同将会产生弯矩

■ 弹性地基，绝对刚性基础

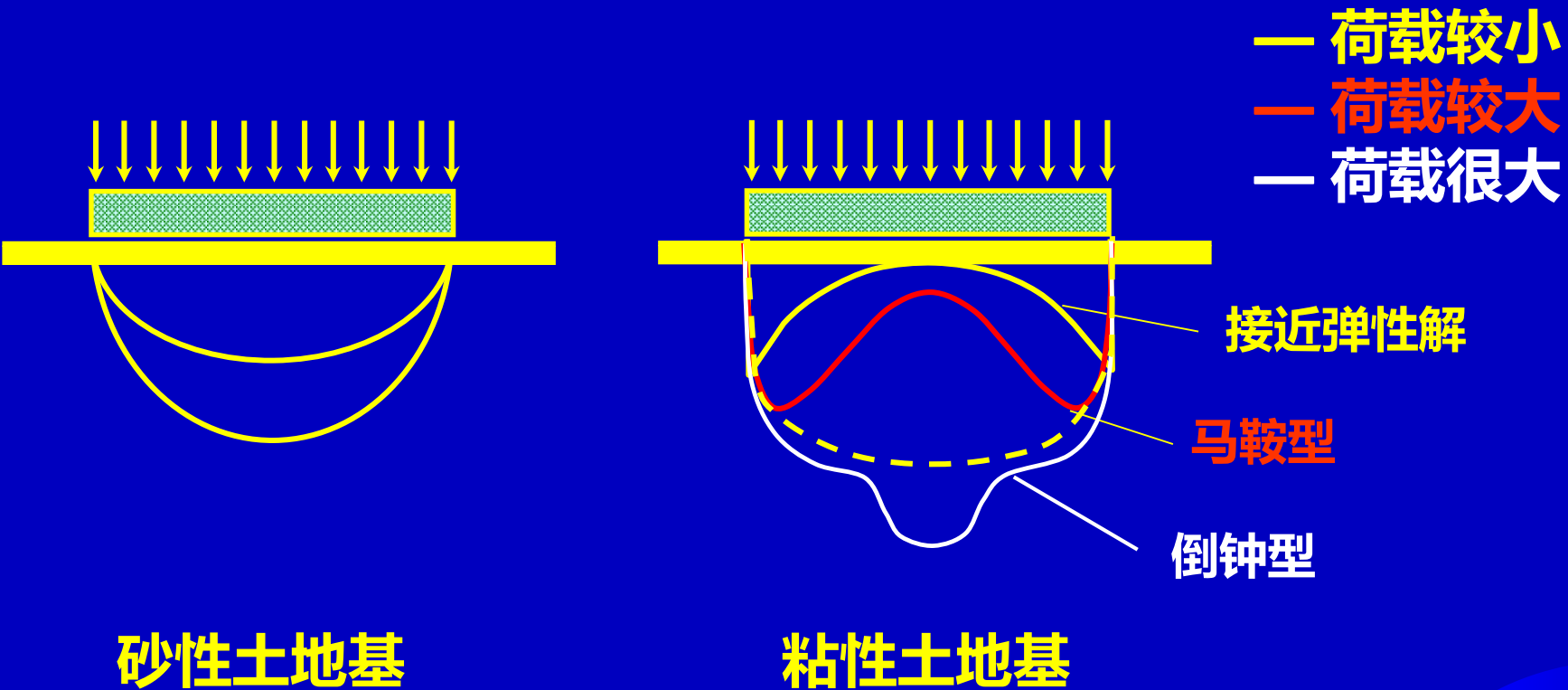
- 抗弯刚度 $EI=\infty \rightarrow M \neq 0$
- 基础只能保持平面下沉不能弯曲
- 分布: 中间小, 两端无穷大

条形基础，竖直均布荷载



基底压力的分布

■ 弹塑性地基，有限刚度基础



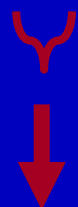
基底压力的分布



基底压力的
分布形式十
分复杂

圣维南原理:

基底压力分布的影响仅限于一定深度范围, 之外的地基附加应力只取决于荷载合力的大小、方向和位置

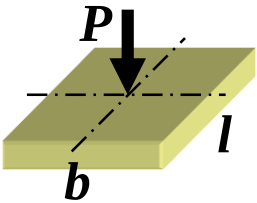
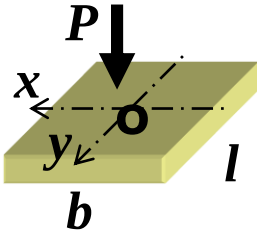
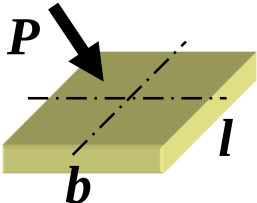
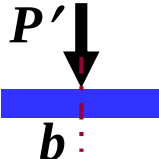
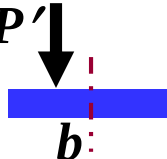
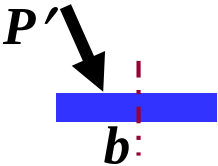


简化计算方法:

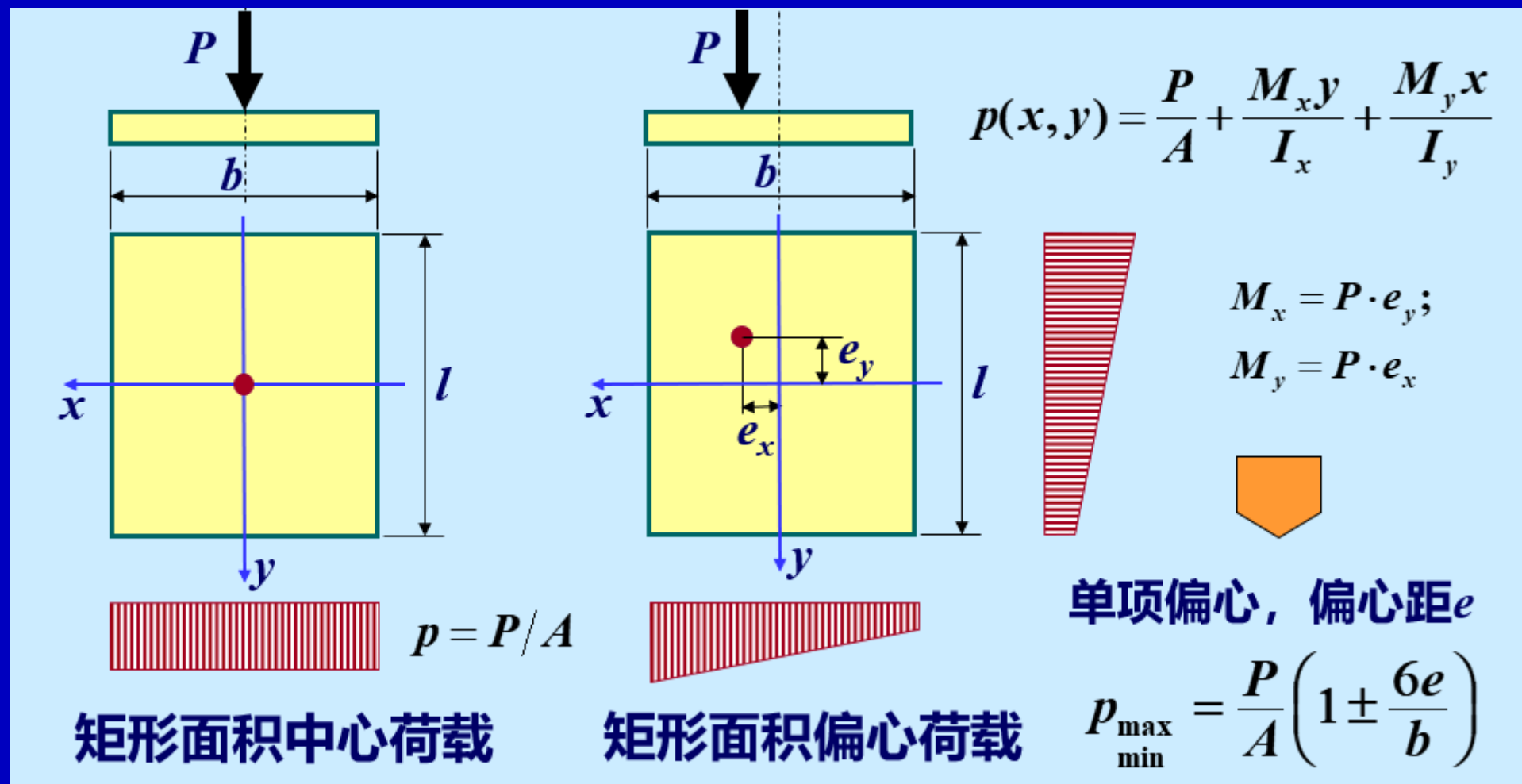
假定基底压力按直线分布的材料力学方法

基底压力的简化计算

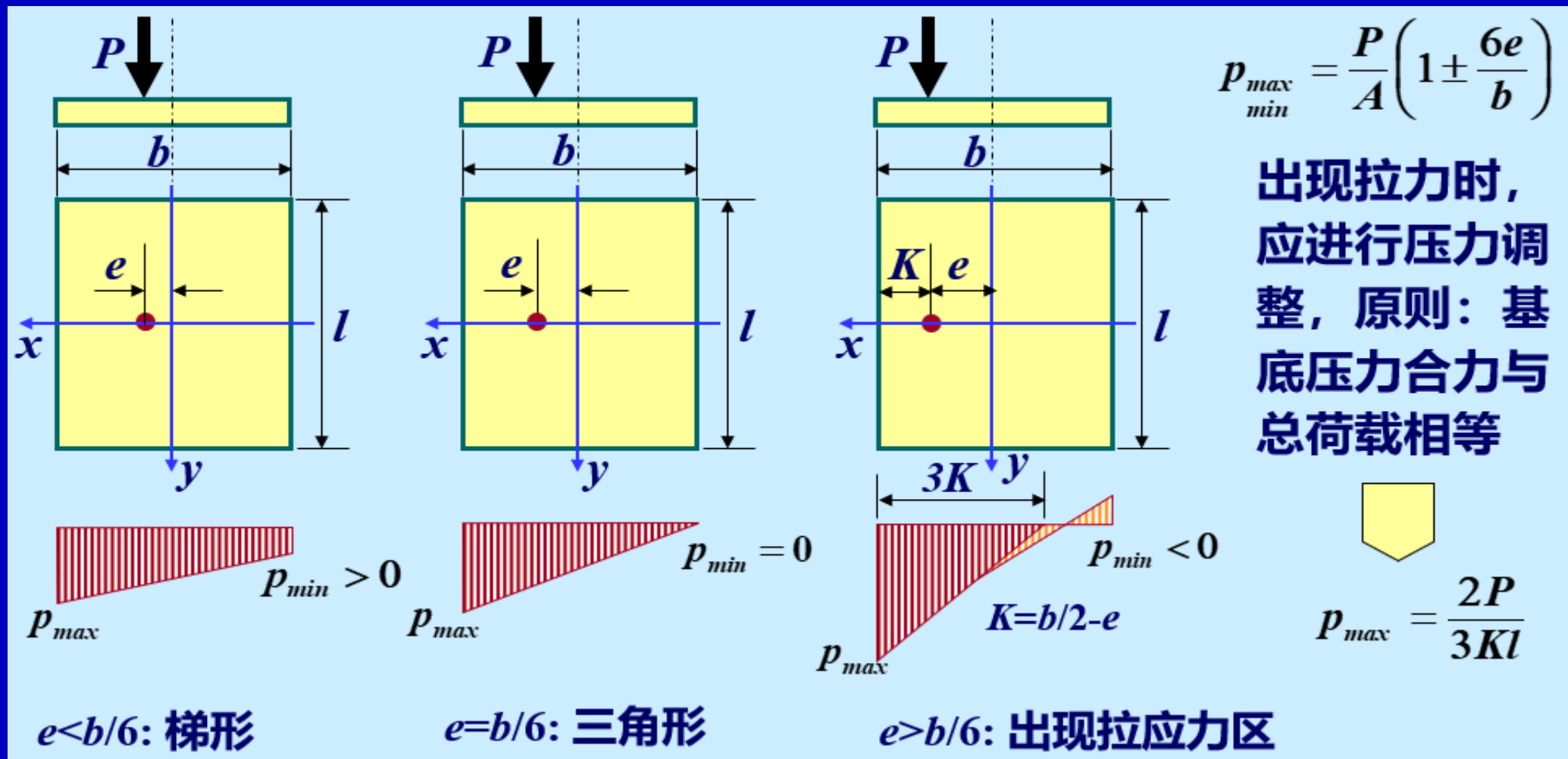


	竖直中心	竖直偏心	倾斜偏心
矩形	 $p = P/A$	 $p(x, y) = \frac{P}{A} + \frac{M_x y}{I_x} + \frac{M_y x}{I_y}$	 $\vec{P} = \vec{P}_v + \vec{P}_h$
条形	 $p = P'/b$ P' :单位长度上的荷载	 $p(x) = \frac{P'}{b} + \frac{Mx}{I}$	 $\vec{P}' = \vec{P}'_v + \vec{P}'_h$

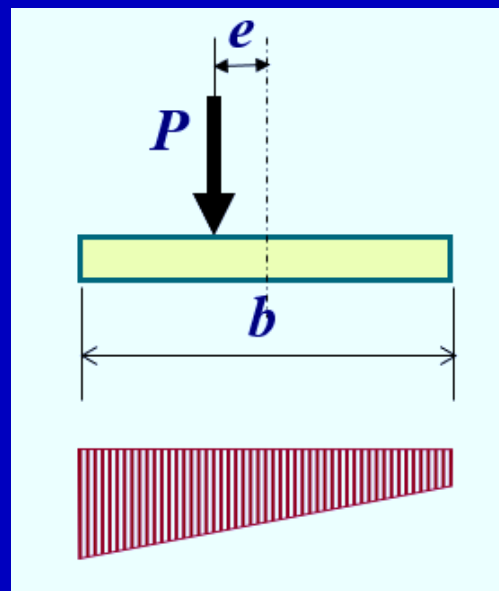
基础形状与荷载条件的组合



矩形基础上的集中荷载

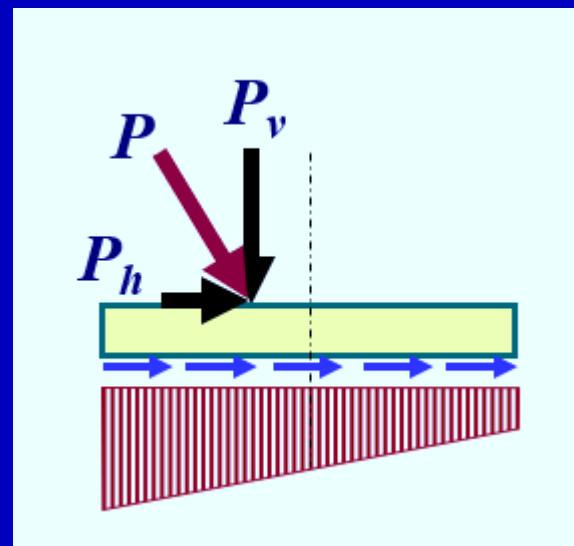


矩形面积单向偏心荷载



$$p_{\max}^{\min} = \frac{P'}{b} \left(1 \pm \frac{6e}{b} \right)$$

条形基础竖直偏心荷载



分解为竖向和水平向荷载，
水平荷载引起的基底水平应力
视为均匀分布

倾斜偏心荷载

其它荷载

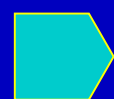


☞ 基底压力分布的影响因素

☞ 基底压力的分布形式

☞ 简化计算方法

- 荷载条件
 - 基础条件
 - 地基条件
-
- 弹性地基
 - 弹塑性地基



假定基底压力按直线分布的材料力学方法

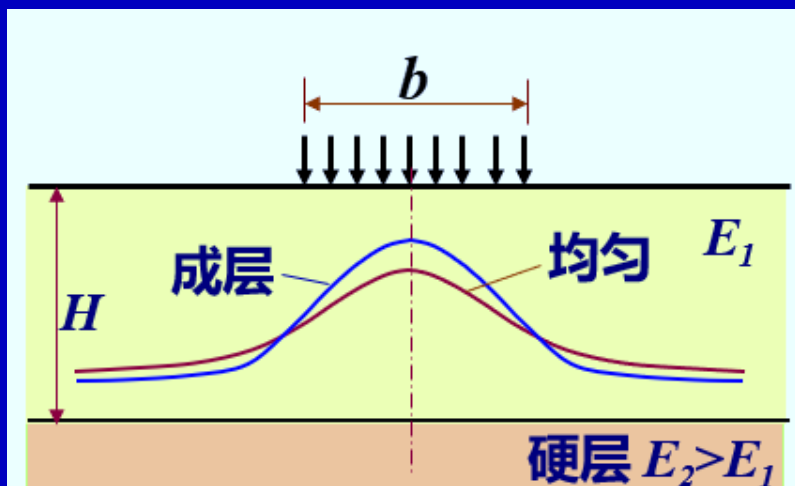
小 结



■ 非均匀性-成层地基

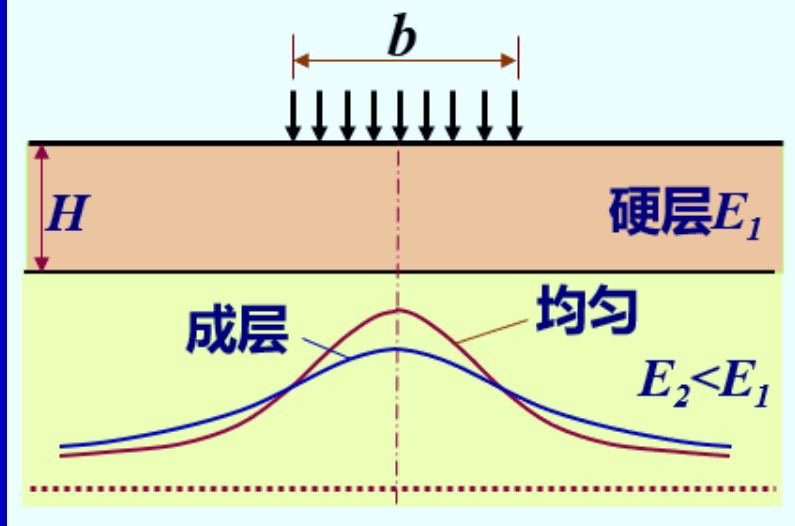
☞ 上层软弱，下层坚硬

- 轴线附近应力集中， σ_z 增大
- 应力集中程度与土层刚度比有关
- 随 H/b 增大，应力集中减弱



☞ 上层坚硬，下层软弱

- 轴线附近应力扩散， σ_z 减小
- 应力扩散程度与土层刚度比有关
- 随 H/b 的增大，应力扩散增强



影响土中应力分布的因素

■ 非线性和弹塑性

- 对竖直应力计算值的影响不大
- 对水平应力有显著影响

■ 变形模量随深度增大的地基

- 是一种连续非均质现象，在砂土地基中尤为常见
- 使应力向应力的作用线附近集中

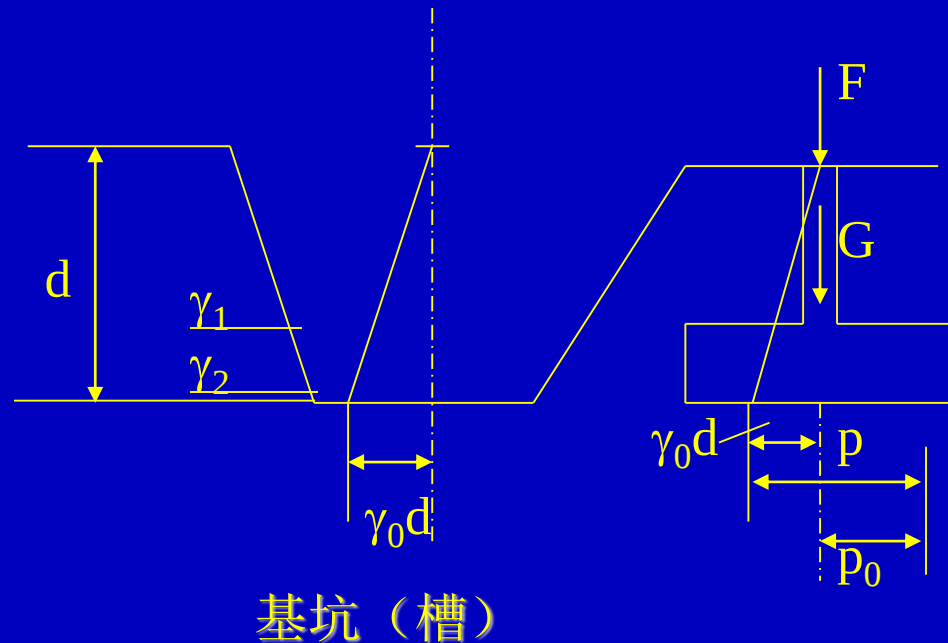
■ 各向异性地基

- $E_x/E_z < 1$ 时， E_x 相对较小，不利于应力扩散 → 应力集中
- $E_x/E_z > 1$ 时， E_x 相对较大，有利于应力扩散 → 应力扩散

影响土中应力分布的因素

基底附加应力(p_0)

基底处的地基由于建筑物建造后而增加的应力。
只有基底附加应力才能引起地基的附加应力和变形。



基底附加应力 p_0 :

$$p_0 = p - \gamma_0 d$$

显然，若埋深 $d=0$ ，则基底附加应力等于基底应力，即

$$p_0 = p$$

§3.5 有效应力原理



- 土体是由固体颗粒骨架、孔隙流体（水和气）三相构成的碎散材料，受外力作用后，总应力由土骨架和孔隙流体共同承受
- 对所受总应力，骨架和孔隙流体如何分担？
- 它们对土的变形和强度有何影响？



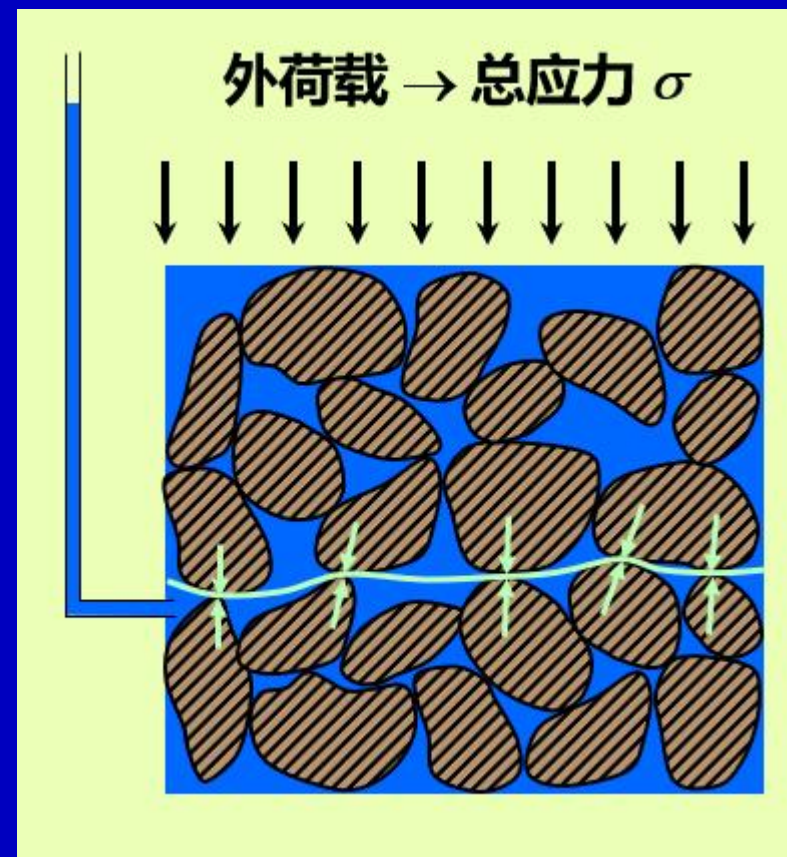
► Terzaghi的有效应力原理和固结理论

有效应力原理

■ **饱和土是由固体颗粒骨架和充满其间的水组成的两相体。受外力后，总应力分为两部分承担：**

☞ **由土骨架承担，并通过颗粒之间的接触面进行应力的传递，称之为粒间应力**

☞ **由孔隙水来承担，通过连通的孔隙水传递，称之为孔隙水压力。孔隙水不能承担剪应力。**



饱和土中的应力形态

A : 土单元的断面积

A_s : 颗粒接触点面积竖向投影

A_w : 孔隙水断面积竖向投影

$$A = A_s + A_w$$

a-a 断面竖向力平衡:

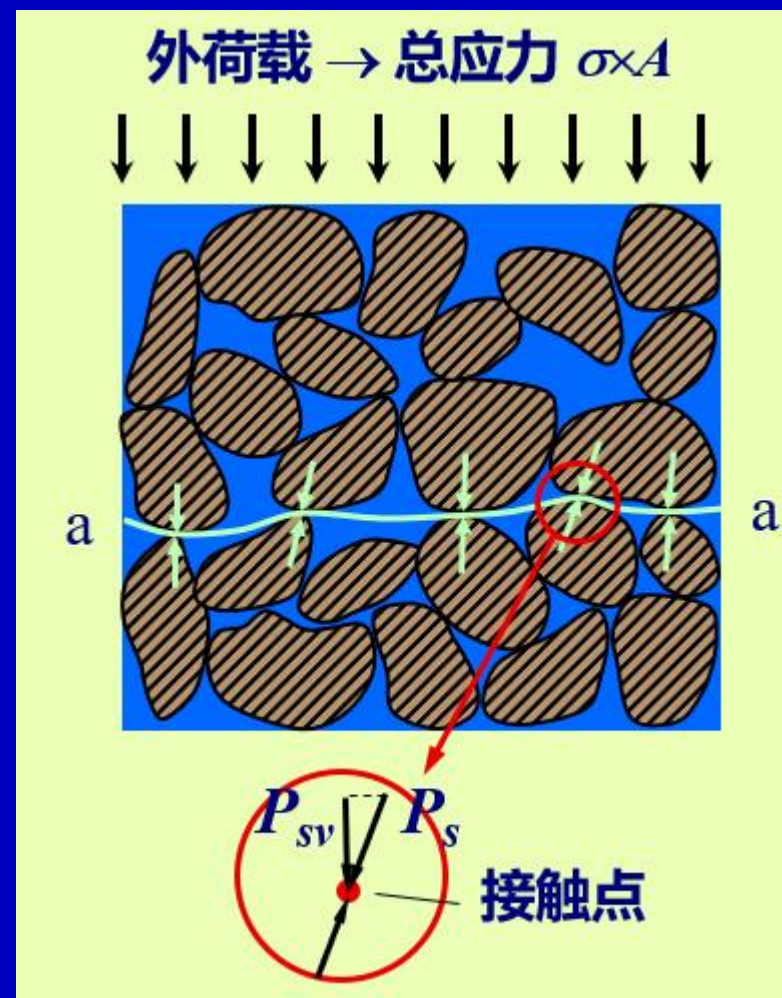
$$\sigma \cdot A = \sum P_{sv} + uA_w$$

$$\sigma = \frac{\sum P_{sv}}{A} + \frac{A_w}{A} u$$

≈ 1

有效应力 σ'

$$\sigma = \sigma' + u$$



饱和土有效应力原理

✧ 孔隙水压力的作用

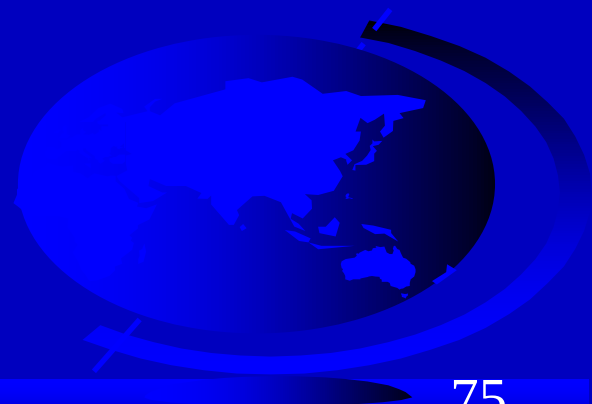
✧ 有效应力的作用

✧ 简单实例



- 它在各个方向相等，只能使土颗粒本身受到等向压力，不会使土颗粒移动，导致孔隙体积发生变化。
- 水不能承受剪应力，对土颗粒间摩擦、土粒的破碎没有贡献。
- 因而孔隙水压力对变形强度没有直接影响，称为中性应力。

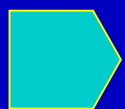
有效应力原理的讨论



✧ 孔隙水压力的作用

✧ 有效应力的作用

✧ 简单实例



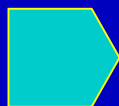
- 是土体发生变形的原因：
- 颗粒间克服摩擦相对滑移、滚动，以及在接触点处由于应力过大，而破碎均与 σ' 有关。
- 是土体强度的成因：
- 土的凝聚力和粒间摩擦力均与 σ' 有关

有效应力原理的讨论

✧ 孔隙水压力的作用

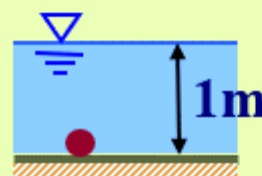
✧ 有效应力的作用

✧ 简单实例

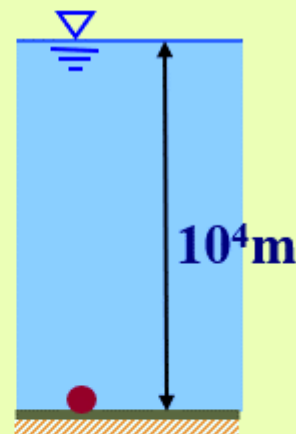


讨论:

海底与土粒间的接触压力
哪一种情况下大?

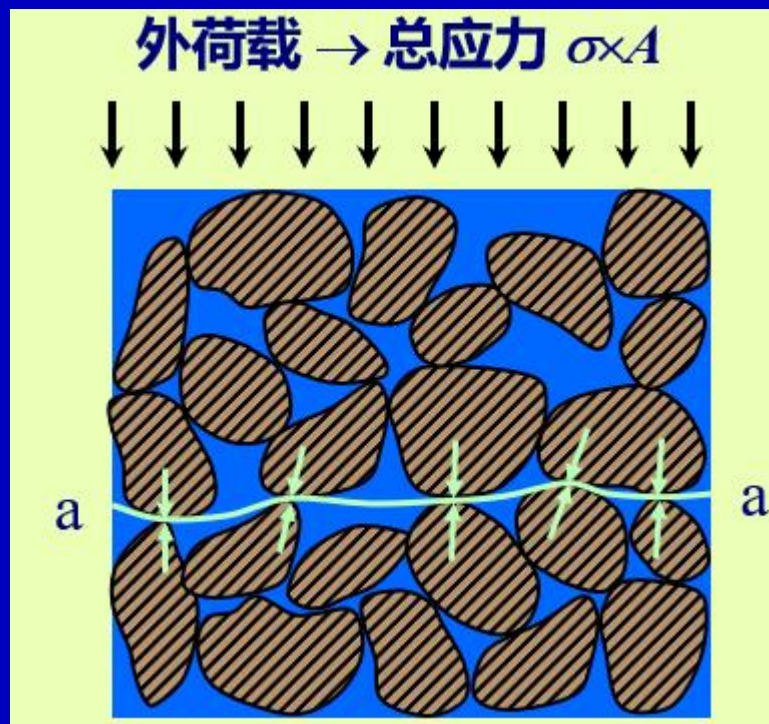


$$\sigma_z = u = 0.01 \text{ MPa}$$

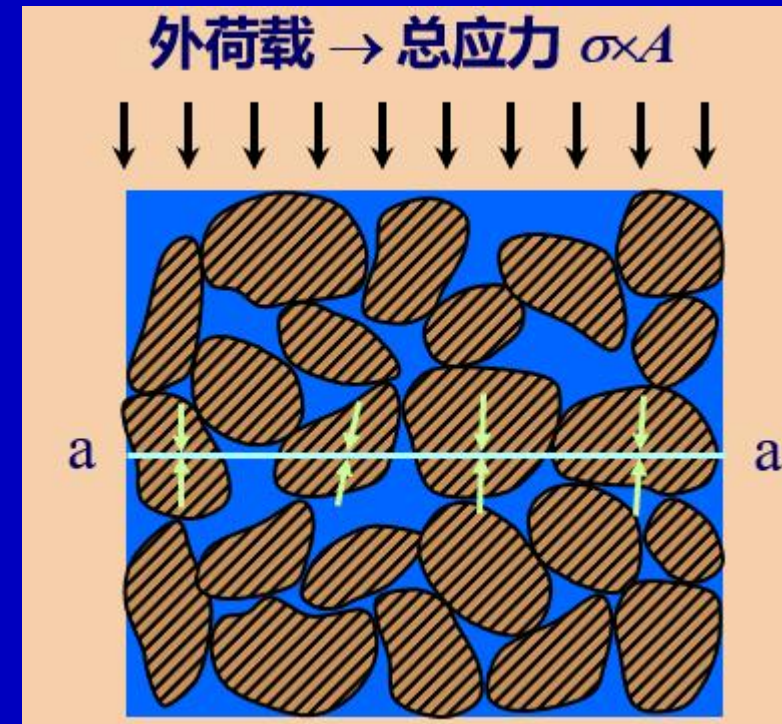


$$\sigma_z = u = 100 \text{ MPa}$$

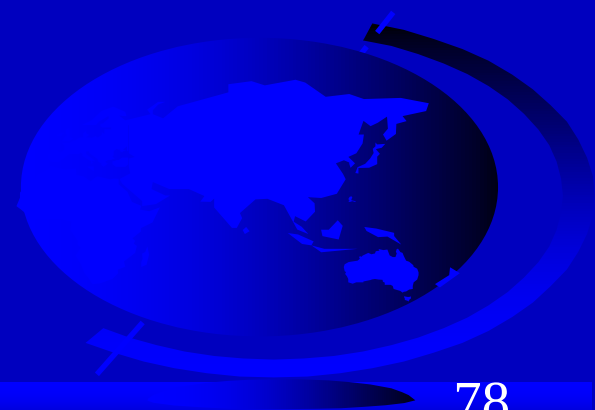
有效应力原理的讨论



$$\sigma = \sigma' + u$$



更直观？



■ 静水条件：地下水位

- 总应力：单位面积土柱和水柱的总重量

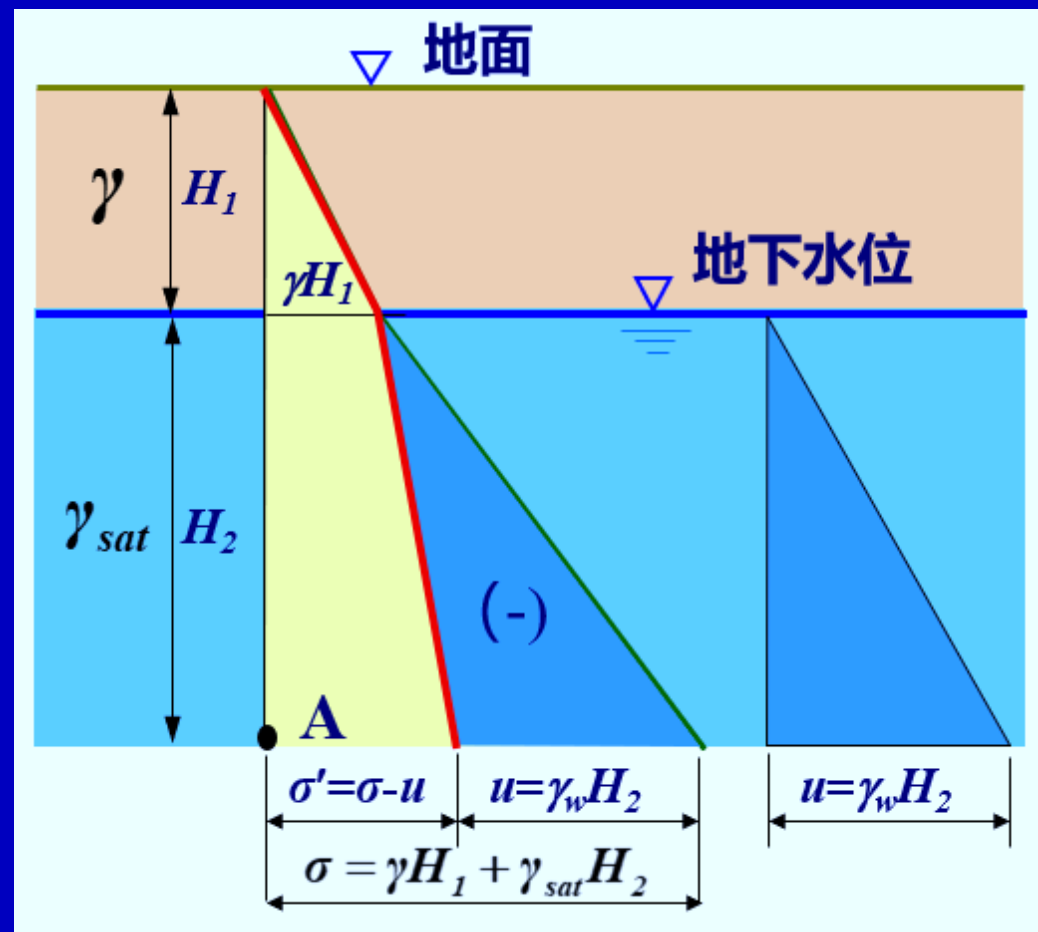
$$\sigma = \gamma H_1 + \gamma_{sat} H_2$$

- 孔隙水压力：净水压强

$$u = \gamma_w H_2$$

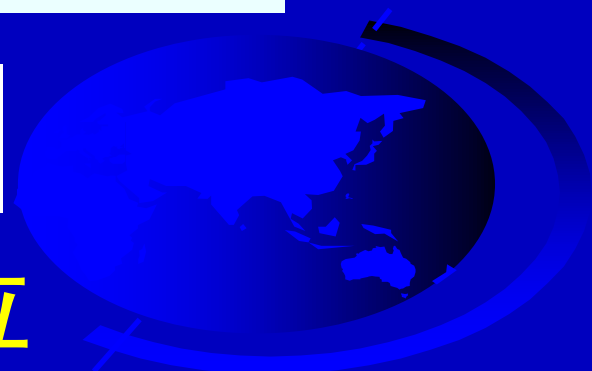
- 有效应力：

$$\begin{aligned}\sigma' &= \sigma - u \\ &= \gamma H_1 + (\gamma_{sat} - \gamma_w) H_2 \\ &= \gamma H_1 + \gamma' H_2\end{aligned}$$



- 地下水位以上用天然容重 γ
- 地下水位以下用浮容重 γ'

自重应力计算 - 地下水位

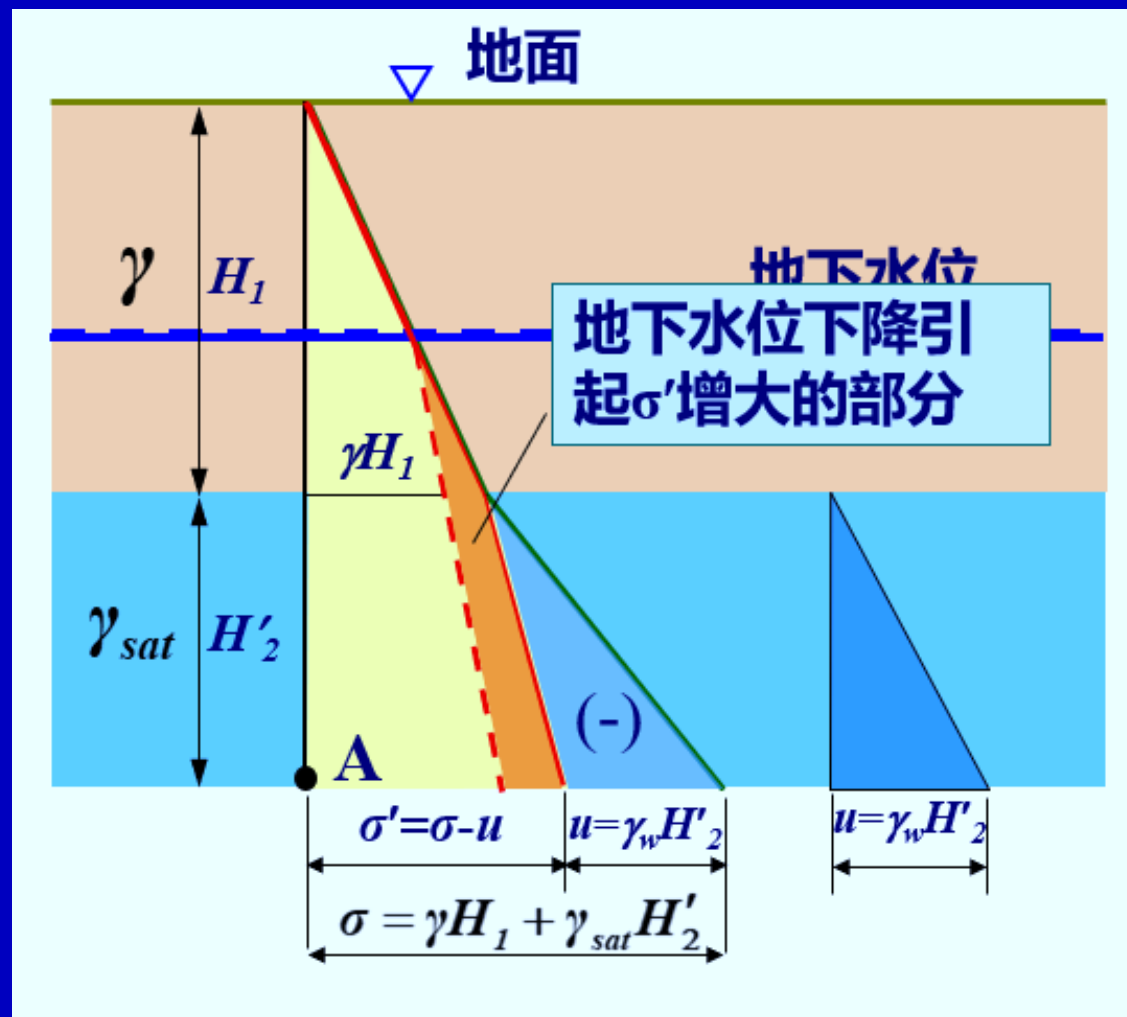


■ 静水条件：水位下降

- 总应力： $\sigma = \gamma H_1 + \gamma_{sat} H'_2$
- 孔隙水压力： $u = \gamma_w H'_2$
- 有效应力： $\sigma' = \sigma - u \uparrow$

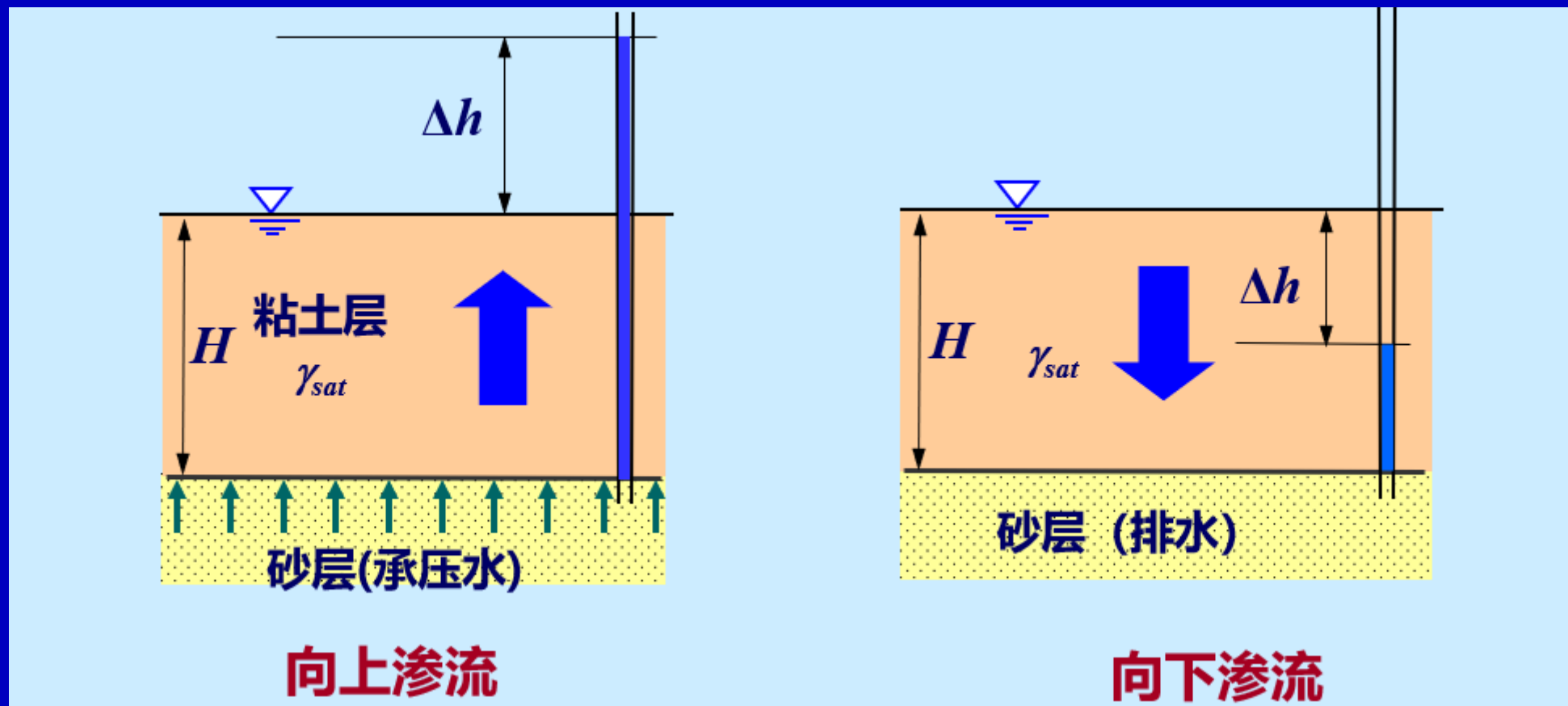


地下水位下降会引起 σ' 增大，土会产生压缩，这是城市抽水引起地面沉降的一个主要原因



自重应力计算 - 地下水位

■ 稳定渗流条件:



自重应力计算 - 稳定渗流

■向上渗流

- 总应力：单位土柱和水柱的总重量

$$\sigma = \gamma_{sat} H$$

- 孔隙水压力：净水压强

$$u = \gamma_w (H + \Delta h)$$

- 有效应力：

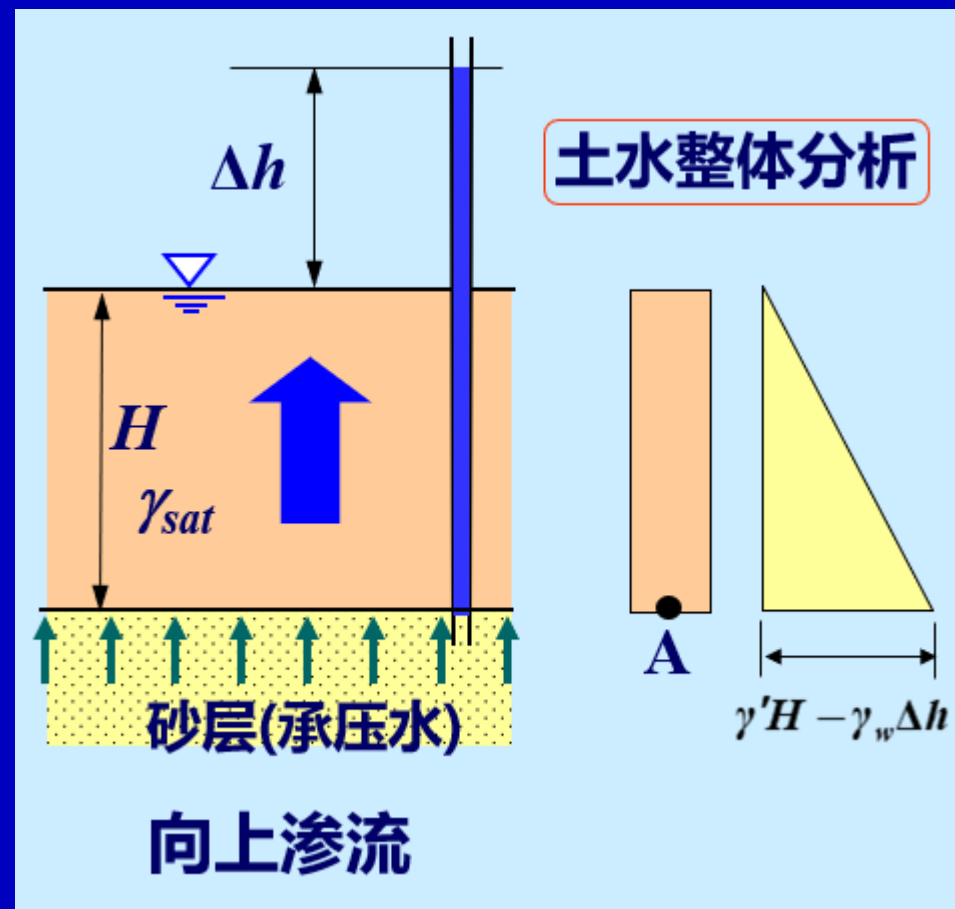
$$\sigma' = \sigma - u$$

$$= \gamma_{sat} H - \gamma_w H - \gamma_w \Delta h$$

$$= \gamma' H - \gamma_w \Delta h$$

└─ 渗透压力，向上渗流使得有效应力减小

自重应力情况 - 稳定渗流



■向下渗流

- 总应力:

$$\sigma = \gamma_{sat} H$$

- 孔隙水压力:

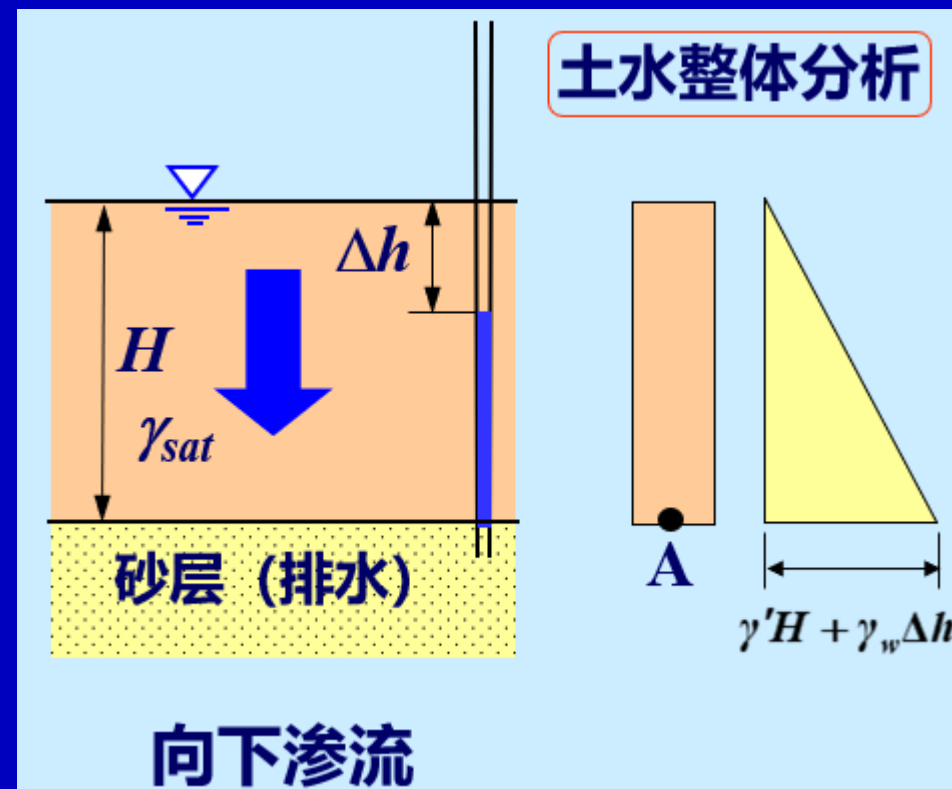
$$u = \gamma_w (H - \Delta h)$$

- 有效应力:

$$\sigma' = \sigma - u$$

$$= \gamma_{sat} H - \gamma_w H + \gamma_w \Delta h$$

$$= \gamma' H + \gamma_w \Delta h$$



└→ 渗透压力，向下渗流使得有效应力增加
可导致土层发生压密变形，称渗流压密

自重应力情况 - 稳定渗流

■向上渗流

- 孔隙水压力: **净水压强**

$$u = \gamma_w(H + \Delta h)$$

- 有效应力: **自重应力+渗透力**

自重应力:

$$\sigma'_{sz} = \gamma' H$$

渗透应力:

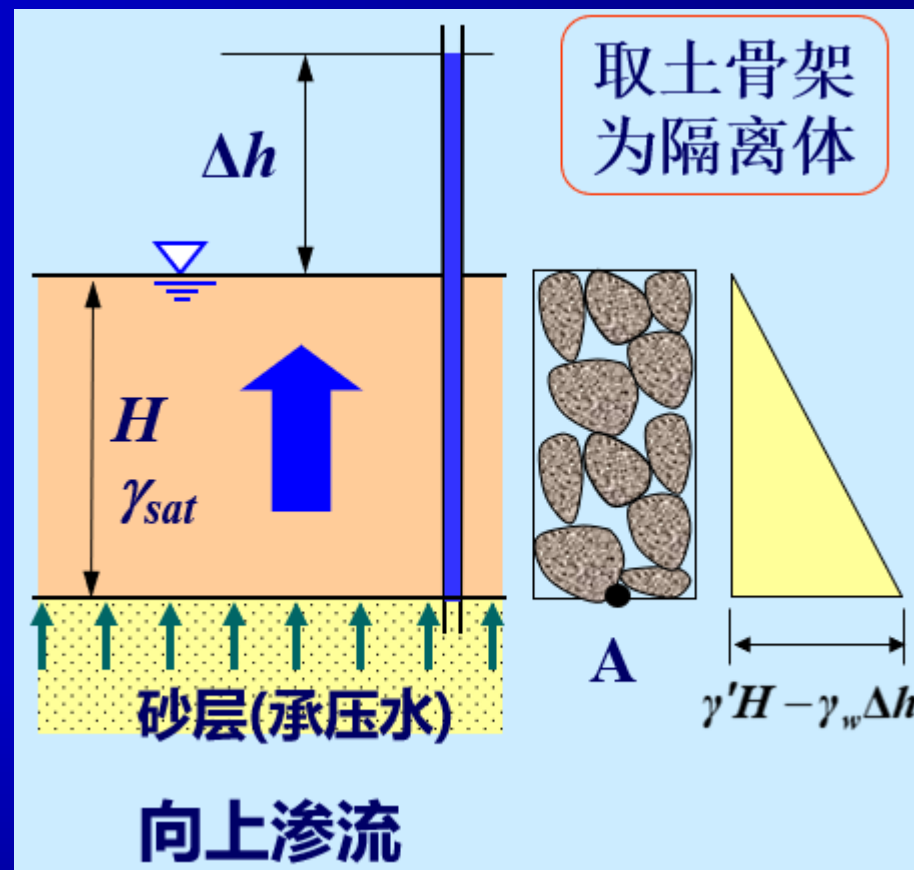
$$\sigma'_{jz} = -\frac{J}{A} = -\frac{jV}{A} = -jH$$

$$= -\gamma_w \Delta h$$

$$\sigma' = \gamma' H - \gamma_w \Delta h$$

- 总应力:

$$\sigma = \sigma' + u = \gamma' H - \gamma_w \Delta h + \gamma_w(H + \Delta h) = \gamma_{sat} H$$

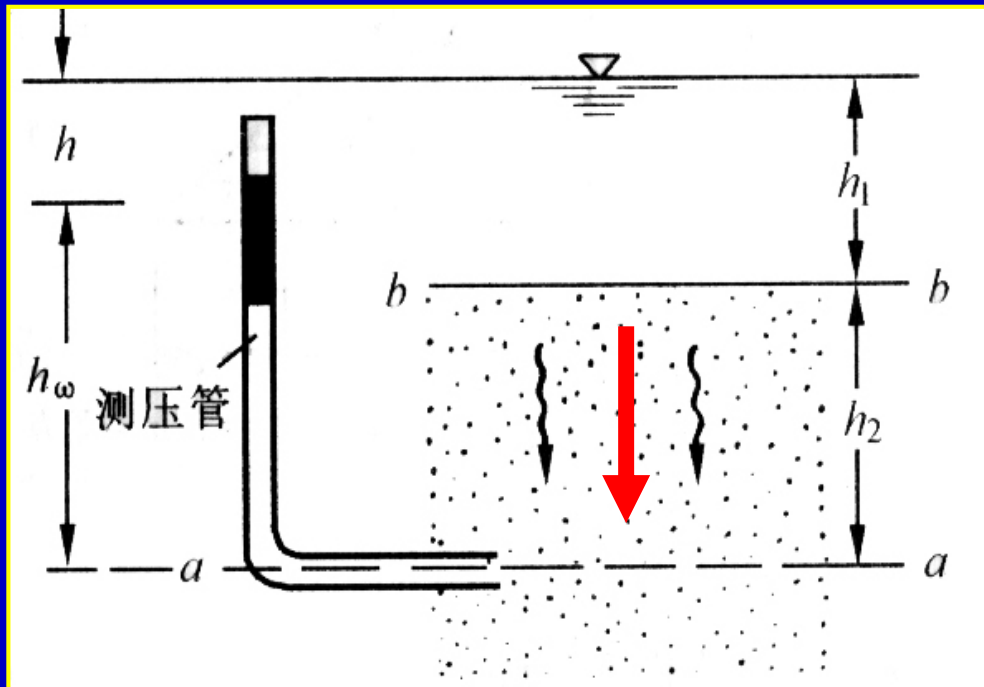


自重应力情况 - 稳定渗流

稳定渗流条件下水平面上的孔隙水压力和有效应力

a-a截面

向下渗流



$$\sigma = \gamma_w h_1 + \gamma_{sat} h_2$$

$$u = \gamma_w h_w = \gamma_w (h_1 + h_2 - h)$$

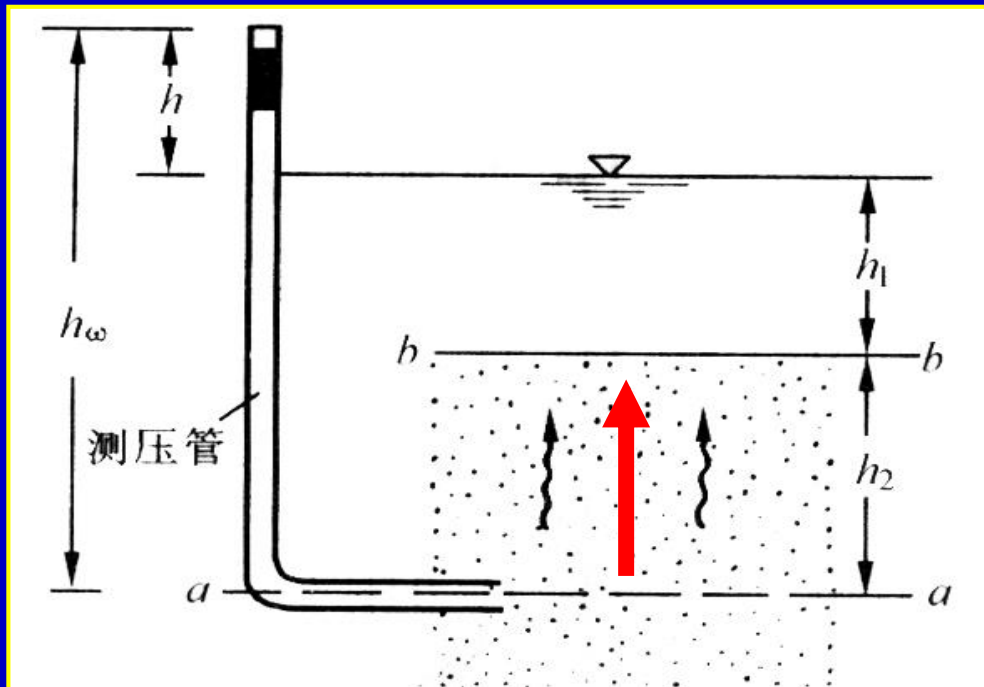


$$\sigma' = \sigma - u = \gamma' h_2 + \gamma_w h$$

稳定渗流条件下水平面上的孔隙水压力和有效应力

a-a截面

向上渗流



$$\sigma = \gamma_w h_1 + \gamma_{sat} h_2$$

$$u = \gamma_w h_w = \gamma_w (h_1 + h_2 + h)$$



$$\sigma' = \sigma - u = \gamma' h_2 - \gamma_w h$$

第三章：土体中的应力计算

§3.1 地基中的应力状态

§3.2 地基的自重应力计算

§3.3 地基中的附加应力计算

§3.4 基底压力计算

§3.5 有效应力原理

