

MATLA 仿真习题

1.1 按如下线性概率密度产生均匀随机数的 1000 个样本值。

$$f(x)=\begin{cases} x/2 & (0 \leq x \leq 2) \\ 0 & (\text{其他}) \end{cases}$$

- (1) 计算该序列均值、方差与理想均值方差的误差大小。改变序列个数重新计算。
- (2) 绘出该序列的概率密度函数。

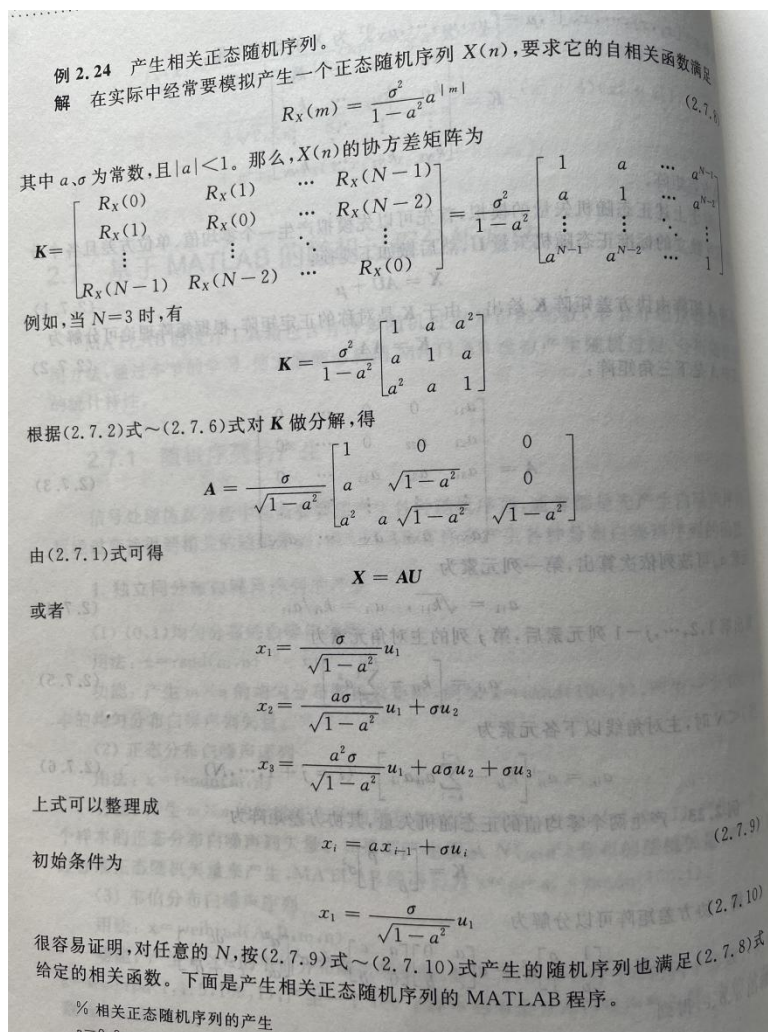
反函数定理：若随机变量 x 具有连续分布函数 $F_x(x)$ ，而 r 是 $(0,1)$ 均匀分布的随机变量，则有： $X = F_x^{-1}(r)$ 。这一定理说明：要产生服从分布 $F_x(x)$ 的随机数的方法，即先产生 $(0,1)$ 均匀分布的随机数，然后按上式变换得到随机数 x 。

1.2 利用反函数法用 $(0,1)$ 均匀分布随机变量 r 产生瑞利分布的随机数，其概率密度为：

$$f_X(x) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left\{-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right\}$$

1.3 产生一组均值为 1、方差为 4 的正态分布的随机序列（1000 个样本），绘出该序列的一条样本函数，并估计该序列的均值与方差。

1.4 模拟产生一个正态随机序列 $x(n)$ ，要求自相关函数满足 $R_X(m) = \frac{1}{1-0.64} 0.8^{|m|}$ ，画出产生的随机序列波形。



1.5 设信号 $x(n) = \sin(2\pi f_1 n) + 2\cos(2\pi f_2 n) + w(n)$, $n = 1, 2, \dots, N$, 其中 $f_1 = 0.05$, $f_2 = 0.12$, $w(n)$ 为正态白噪声, 试在 $N=256$ 和 1024 点时, 分别产生随机序列 $x(n)$, 画出 $x(n)$ 的波形并估计 $x(n)$ 的相关函数和功率谱。

1.6 窄带高斯随机过程的产生。模拟产生一段时长为 5ms 的窄带高斯随机过程 $\mathbf{X}(t)$ 的样本函数。根据窄带随机过程的理论, $\mathbf{X}(t)$ 可表示为 $X(t) = A_c(t)\cos 2\pi f_0 t + A_s(t)\sin 2\pi f_0 t$, 其中 $A_c(t)$ 和 $A_s(t)$ 均为低频的高斯随机过程。因此, 要模拟产生 $\mathbf{X}(t)$, 首先要产生两个相互独立的高斯随机过程 $A_c(t)$ 和 $A_s(t)$, 然后用两个正交载波 $\cos 2\pi f_0 t$ 和 $\sin 2\pi f_0 t$ 进行调制。请按时域滤波法或频域法产生 5ms 的低通过程 $A_c(t)$ 和 $A_s(t)$, 然后合成 $\mathbf{X}(t)$, 其中 $f_0 = 1000/\pi$, 要求分别画出模拟产生的 $A_c(t)$ 、 $A_s(t)$ 和 $\mathbf{X}(t)$ 的波形。

***2.1** 在跟踪宇宙飞船的雷达上安装速率遥感器，用来测量飞船的径向速率，取 5 个独立的遥感读数，都是相对于标称平均速率 10000mi/h （英里/小时）测量的， $x_1 = 980\text{mi/h}$ ， $x_2 = 550\text{mi/h}$ ， $x_3 = 1100\text{mi/h}$ ， $x_4 = 1050\text{mi/h}$ ， $x_5 = 760\text{mi/h}$ 。假设样本的偏差是由于加入系统噪声、雷达天线接收到的噪声、跟踪仪器和遥感器的噪声引起的。五个样本经过处理形成飞船 v_r 的估计（ v_r 也是相对于平均速率 10000mi/h 测量的），由此 $v_r = v - 10000$ ，其中 v 是飞船的速率， $E(v) = 10000$ （当 v_r 的估计求得后， v 的估计变化 $\hat{v} = \hat{v}_r + 10000$ ），设噪声是相加性的，且各样本相互独立，具有零均值。设 $\sigma_v = \sigma_n = 1000\text{mi/h}$ ， $x_j = v_r + n_j (j = 1, 2, 3, 4, 5)$ 。

(1) 求 v_r 的均值估计和相应的均方误差；

(2) 将这些样本经线性处理使均方误差最小，求这时的线性均方估计及响应的均方误差。

***2.2** 估计高斯白噪声中已知确定信号的时延。一高斯脉冲信号，时延 $n_0 = 50$ ，该信号加上方差为 0.25 的高斯白噪声。请用最大似然估计方法，估计信号的时延。

2.3 编程实现高斯白噪声中确定信号的幅值估计。信号模型为 $x[n] = As[n] + w[n]$ ， $n = 0, 1, \dots, N-1$ ，其中 $s[n] = 2r^n$ ， $r = 0.8$ ， $A = 1.5$ ， $N = 30$ 。

***2.4** 用计数器测量每分钟穿过一段公路的车辆数，测量的时间间隔足够长，以致计数器得到的车辆将随时间变化，假设平均每分钟车辆数为 6000，在此值上下的偏差为 200（每分钟车辆数），计数器误差的均值为 0，根方差为 200（每分钟车辆数），且从一次测量到另一次测量是不相关的。若测得的每分钟车辆数一次为 5900、5800、6050、6100、5950，试用线性递推估计，求车辆计数的逐次估计。设车辆计数器模型为 $s_k = as_{k-1} + w_{k-1}$ （ $a = 0.5$ ）。

3.1 用蒙特卡洛方法仿真高斯白噪声中恒定电平检测的性能。设有两种假设：

$$\begin{aligned} H_0: z_i &= v_i & (i = 1, 2, \dots, N) \\ H_1: z_i &= A + v_i & (i = 1, 2, \dots, N) \end{aligned}$$

其中噪声是服从均值为零、方差为 σ^2 的高斯白噪声序列，假定参数 A 是已知的，且 $A > 0$ ，利用 Neyman-Pearson 准则，假定虚警概率为 10^{-4} ，仿真分析检测概率与信噪比的关系曲线。信噪比用分贝表示，仿真曲线要和理论计算曲线进行对比。

3.2 考虑在高斯白噪声中的一阶 AR 随机过程输出的随机信号 $x[n] + a_1 x[n-1] = u[n]$ ，AR

过程的参数为 $a_1 = -0.9$, $\sigma_u^2 = 1$, 混合的高斯白噪声的方差 $\sigma^2 = 5$ 。若 $P_F = 0.01$, 请用 Neyman-Pearson 准则, 检测信号是否存在。

4.1 设有 ARMA(2,2)模型: $X(n) + 0.3X(n-1) - 0.2X(n-2) = W(n) + 0.5W(n-1) - 0.2W(n-2)$, $W(n)$ 为正态高斯白噪声, 方差为 4。

- (1) 模拟产生 $X(n)$ 的 500 观测点的样本函数, 并绘出波形。
- (2) 画出理论功率谱。
- (3) 估计 $X(n)$ 的相关函数和功率谱。

4.2 按如下模型产生一组随机序列: $x(n) = 0.8x(n-1) + w(n)$, 其中 $w(n)$ 为均值为 1、方差为 4 的正态高斯白噪声。估计 $x(n)$ 的自相关函数和功率谱。

4.3 习题 4.17。

5.1 已知信号向量为 $s[n] = [\text{sgn}(\cos(2\pi 155n)), \sin(2\pi 800n), \sin(2\pi 300n + 6 \times \cos(2\pi 600n)), \sin(2\pi 90n), v(n)]^T$, 其中 $v(n)$ 是在 $[-1, 1]$ 内均匀分布的噪声; $\text{sgn}(x) = +1$ (若 $x > 0$) 或 -1 (若 $x < 0$) 为符号信号。矩阵 A 为信号混合矩阵, 固定为

$$A = \begin{bmatrix} 1.000 & 0.9966 & 0.9988 & 0.9982 & 0.9985 \\ 0.9966 & 1.000 & 0.9963 & 0.9995 & 0.9889 \\ 0.9988 & 0.9963 & 1.000 & 0.9972 & 0.9968 \\ 0.9982 & 0.9995 & 0.9972 & 1.000 & 0.9996 \\ 0.9985 & 0.9889 & 0.9968 & 0.9996 & 1.000 \end{bmatrix}$$

令 $x[n] = As[n]$ 为观测数据向量, 采样频率取 10kHz。现希望根据观测数据自适应调整一分离矩阵 W 得到分离的信号 $\tilde{s}(n) = W(n)x(n)$, 这一问题称为盲信号分离。试用 LMS 非线性主分量分析算法实现盲信号分离 (参见第 9 章)。

5.2 维纳滤波实验。步骤: (1) 可以用 `load('chirp', 'Fs', 'y')` 调入 chirp 信号数据文件 (chirp.mat, 可在 MATLAB 中找到); (2) 产生信号 $s(n)$ 和观测 $z(n)$, 信号为观测信号, 观测为信号叠加上高斯白噪声; (3) 估计 $\hat{R}_z$ 和 $\hat{R}_{sz}$; (4) 计算

$$h_{opt} = \hat{R}_z^{-1} \hat{R}_{sz}; \quad (5) \text{ 计算估计的信号 } \hat{s}(n) = \sum_{m=0}^{N-1} h(m)z(n-m)。$$

5.3 对含有加性高斯白噪声的正弦信号进行卡尔曼滤波。

5.4 设计一个 3 阶 RLS 自适应滤波器, 对含噪信号进行滤波。

5.5 设计一个 2 阶 LMS 自适应滤波器, 对含噪信号进行滤波。

5.6 仿真实现: 系统辨识。

5.7 仿真实现: 自适应噪声对消。

5.8 仿真实现：自适应信号分离。

5.9 仿真实现：自适应陷波器。

5.10 仿真实现：自适应信号分离。

5.11 仿真实现：自适应均衡。

7.1 对于实信号 $x(t) = 2\sin(k\pi^2)$, $k = 4$, $0 \leq T \leq 5$, 信号带宽 $f_c = kT = 20$, 采用频率 $f_s = 5f_c$, 采样点数 $N = Tf_s$, 使用 STFT 分析其特性。

7.2 利用 Gabor 滤波器提取图像的纹理特征, 并用机器学习方法进行图像识别。

10.1 习题 10.6。

10.2 习题 10.7。