

2-10 矩阵的基本数学运算

① 四则运算

② 与标量之间运算

③ 逆: $\text{inv}()$ ④ 行列式: $\text{det}()$ ⑤ 幂: $\wedge$ ⑥ 指数运算: $\text{expm}(A)$

$$e^A = I + \frac{A}{1!} + \frac{A^2}{2!} + \dots + \frac{A^n}{n!} + \dots$$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$

⑦ 对数运算: $\text{logm}()$ ⑧ 开方: $\text{sqrtm}()$

$$B = \text{sqrtm}(A);$$

$$A \times A = B$$

实例. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix};$
 $Y = \text{expm}(A);$

$$\% Y = \begin{bmatrix} 2.7183 & 1.7183 & 1.0862 \\ 0 & 1 & 1.2642 \\ 0 & 0 & 0.3679 \end{bmatrix}$$

$$p = \logm(Y);$$

$$\% P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

2-11 矩阵中的其它函数运算

① 特征值: `eig()`

② 秩: `rank()`

③ 迹: `trace()`

④ 三角函数: `sin, sinh, asin, asinh`
`cos, cosh, acos, acosh`
`tan, atan ...`

⑤ 指数函数: `exp()`

⑥ 对数函数: `log()`, `log10()`
`log2()`

⑦ 其他函数: `pow2()`: 2^{的次幂}
`sqrt()`: 开方
`abs()`: 绝对值

实例: `a = [1 2; 3 4];`
`eig(a);`

$$\% |\lambda I - a| = 0 \quad \text{特征值}$$

$$\lambda = -0.3723$$

$$\% \text{ 1} \quad \text{1}$$

$$\% \text{ a} = \begin{matrix} -0.3723 \\ 5.3723 \end{matrix}$$

$$\% (\lambda I - a)V = 0$$

$$[b, c] = \text{eig}(a);$$

$\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$ $\searrow$
 特征向量 特征值 特征向量 特征值

$$\% \text{ b} = \begin{matrix} -0.8246 & -0.4160 \\ 0.5658 & -0.9094 \end{matrix}$$

$$\text{c} = \begin{matrix} -0.3723 & 0 \\ 0 & 5.3723 \end{matrix}$$

2-12 数组运算

① 数组的数学运算

A. 四则运算

B. 数组与常量的运算

C. 幂

D. 指数、对数、开方、对数阶数
exp log sqrt

② 数组的逻辑运算

A. 基本逻辑运算: eq(a, b), ne(a, b),
lt, gt, le, ge, and, or, not.

返回值是1或0,

13. 其它逻辑函数: any(), all,

xor, isempty(), isequal,

find, isinf, isfinite

实例1. $a = [1:3; 4:6; 7:9];$

$x = 5;$

$xa = (x \leq a);$

% $xa = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$b = [0 \ 1 \ 0; 1 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ 1];$

$ab = (a \& b);$

% $ab = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$c = \sim ab$

% $c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

实例2.

$B = any(A);$ 全为0, 则返回0

① 若A为向量, A中之数存在非0, 则返回1.

② 矩阵, A中列向量类似0处理.

返回行向量, 其元素为1或0

$$a = [1 \ 2 \ 0; 0 \ 4 \ 0; 0 \ 6 \ 0];$$

any(a);

% ans = 1 1 0

2-13 多项式运算

① 求值: `polyval(p, x)`

② 根: `roots(p)`

③ 卷积: `conv(p, d)`

卷积

`deconv( , )`

反卷积

④ 导数: `polyder(p)`

`polyder(a, b)`

⑤ 特征多项式: `poly(A)`

实例1. $p = [1 \ 2 \ 3];$ $1*x^2 + 2*x + 3$

$x = 3;$

`polyval(p, x);` % ans = 18

$x = [1 \ 2; 3 \ 4];$

`polyval(p, x);` % ans = 6 11
18 27

实例2. $p = [2 \ -5 \ 6 \ -1 \ 9];$

% $2x^4 - 5x^3 + 6x^2 - x + 9 = 0$

roots(p);
 % ans = 1.6024 + 1.2709i
 1.6024 - 1.2709i
 -0.3524 + 0.9753i
 -0.3524 - 0.9753i

实例3. $p = [2 \ -5 \ 6 \ -1 \ 9]$;
 poly2sym(p);
 // ans = $2x^4 - 5x^3 + 6x^2 - x + 9$
 $d = [3 \ -90 \ -18]$;
 pd = conv(p, d);
 % pd = 6 -195 432 -453 9 -792 -162
 pl = deconv(pd, d);
 % pl = 2 -5 6 -1 9

实例4. $p = [2 \ -5 \ 6 \ -1 \ 9]$;
 pd = polyder(p);
 % pd = 8 -15 12 -1
 $p = [1 \ 1]$;
 $z = [1 \ -1 \ 1]$;
 polyder(p, z);
 % ans = 3 0 0

实例5. $a = [1 \ 2 \ 3; 4 \ 5 \ 6; 7 \ 8 \ 9]$;
 p = poly(a);
 % p = 1 -6 -72 -27

% p = 1 -6 -72 -27

% 第1个元素必须为1.

roots(p); % ans = 12.1229
-5.7345
-0.3884

2-14 线性方程组求解

① n -元线性方程组 $ax=b$

a 满秩, 即 a 秩为 n .

则 $x = a \setminus b$ 或 $\text{inv}(a)b$

② a 秩小于 n , x 有无穷多个解.

A. $ax=0$ 通解 (基础解系)

B. $ax=b$ 无一个特解

实例1.
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 8 \\ 2x_1 + 3x_2 = 13 \end{cases}$$

$$a = [1 \ 2; 2 \ 3];$$

$$b = [8; 13];$$

$$x = \text{inv}(a) * b; \quad \% x = \frac{2}{3}$$

实例2.
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 0 \end{cases}$$
 通解

$$A = [1 \ 2 \ 2 \ 1; 2 \ 1 \ -2 \ -2; 1 \ -1 \ -4 \ -3];$$

format rat; % 指定有理数格式输出

$$B = \text{null}(A, -r');$$

求零空间

$$\% B = \begin{bmatrix} 2 & 5/3 \\ -2 & -4/3 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{基础解系}$$

求解变量

`syms k1 k2;`

$$X = k1 * B(:, 1) + k2 * B(:, 2);$$

$$\% X = \begin{bmatrix} 2k1 + 5/3k2 \\ -2k1 - 4/3k2 \\ k1 \\ 0 \\ 0 \\ k2 \end{bmatrix}$$

$\% k1, k2$ 任意取值

实例3.
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 4 \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 - 8x_4 = 0 \end{cases} \quad \text{求解}$$

$$A = [1 \ 1 \ -3 \ -4; \ 3 \ -1 \ -3 \ 4; \ 1 \ 5 \ -9 \ -8];$$

$$B = [1 \ 4 \ 0]';$$

$$C = [A \ B]; \quad \% \text{增广矩阵}$$

$$R = \text{rref}(C); \quad \% \text{矩阵化简}$$

$$\% R = \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1.5 & 0.75 & 1.25 \\ 0 & 1 & -1.5 & -1.75 & -0.25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

得特解 $x_0 = [1.25 \ -0.25 \ 0 \ 0]'$

所有解: 通解 + 特解

$$k * R(:, 1) + k * B(:, 2) + x_0$$

$$K_1 * B(:, 1) + K_2 * B(:, 2) + x_0$$

2-15 求极值

$f_{\min \text{ bnd}}(\text{fun}, x_1, x_2)$: 求取 fun 在 $[x_1, x_2]$ 中的极小值

实例. 求 $f(x) = x^2 + 3x + 2$ 在 $[-5, 5]$ 中极值 (局部)

$f_{\min bnd}('x^1z + 3*x + 2', -5, 5);$
 % ans = -1.5

2-16 数据分折

- ① max: 各列 最大值
- ② mean: " 均值
- ③ sum: " 和
- ④ std: " 标准差
- ⑤ var: " 方差 (std的平方)
- ⑥ sort: " 递增排列

实例. $a = [1 \ 2 \ 3; 4 \ 5 \ 6; 7 \ 8 \ 9]$;
 $\max(a)$; % ans = 7 8 9
 % $\max(\max(a))$

sum(a); % ans = 12 15 18
% sum(sum(a))

2-17 拟合与插值

① 拟合(多项式): `polyfit(x, y, n)`

② 插值 `y = interp(x, t);`
↓ ↓ ↘
 原始数据 插值
y 数据是 x 的拟合.

实例1. `x0 = 0:0.1:1;` % 11 个数
`y0 = [-0.47 0.3 ... 0.9];`
`p = polyfit(x0, y0, 3);`
% `p =` 多项式系数.
降幂排列

实例2. `t = 0:0.001:1;`
`x = sin(2*pi*30*t) + sin(2*pi*60*t);`
`figure;`
`stem(x(1:30));`
`y = interp(x, 4);`
`figure`
`stem(y(1:120));`